Hvilken betydning har kontekst i matematikkoppgaver

et studie av matematikkoppgaver i PISA-undersøkelsen

Hovedoppgave i realfagdidaktikk av Berit Haugsten

Institutt for lærerutdanning og skoleutvikling, Universitet i Oslo

November 2002

Forord

Jeg begynte på denne hovedoppgaven våren 2000 ved universitetet i Oslo. Jeg er nå stolt og fornøyd over at arbeidet er gjennomført og avsluttet. Først ønsker jeg å takke Gunnar Gjone og Svein Lie som har veiledet meg igjennom denne oppgaven. Jeg vil også takke hele PISA-gruppen for hjelp og støtte. En spesiell takk til Nina Arnesen for gode råd, konstruktive tilbakemeldinger og oppmuntringer underveis i arbeidet. Til slutt vil jeg takke mine døtre Elise Birgitte og Helene for forståelsen for at mamma må arbeide med oppgaven. Nå er den endelig ferdig.

Oslo nov. 2002

Berit Haugsten

Innhold

1. Innledning

I dette kapitlet vil jeg kort gjøre rede for valg av oppgave og problemstilling, oppgavens innhold og gi en oversikt over oppgavens oppbygning.

1.1 Bakgrunn for valg av problemområde

Jeg har egentlig gjennom hele oppveksten hatt ett positivt forhold til matematikk. Uavhengig av lærere og skole nivå har jeg alltid likt matematikk.

Jeg har studert matematikk ved universitetet og har nå planer om et hovedfag i matematikkdidaktikk. Noen avbrekk i studiet med jobb som matematikklærer og praktisk pedagogisk utdanning gav meg lyst til å skrive en mer skolerettet oppgave enn en ren matematisk oppgave. Det ble derfor naturlig å skrive hovedfagsoppgave i realfagdidaktikk.

Høsten 1999 var PISA-gruppen nylig ferdig med å gjennomføre generalprøven. De som arbeidet med den, hadde begynt på forberedelsene til hovedundersøkelsen som skulle finne sted våren 2000. For meg virket det spennende og interessant å få være med å delta i et slikt prosjekt. Problemstillingen var ikke klar for meg til å begynne med. Jeg deltok på "Norwegian workshop" november 1999 der den Norske PISA-gruppen skulle videreutvikle og prøve ut det kodesystemet som ble brukt i generalprøven til PISA. Jeg fikk mulighet til å bli kjent med kodesystemet, oppgavene og en del elevbesvarelser på dette seminaret. Å få høre på diskusjonene og være med i samtaler rundt oppgavene og elevbesvarelser med erfarne fagfolk var inspirerende.

Første runde med PISA-undersøkelse foregikk våren 2000. Etter denne runden fikk jeg være med på rettingen og kodingen av elevbesvarelsene. På dette tidspunktet forelå det ingen samlede resultater av undersøkelsen, men vi registrerte at det var svært varierende resultater på forskjellige oppgaver.

Det var underlig at så mange av oppgavene virker vanskelig for elevene.

Jeg ble nysgjerrig på hva slags problemer elevene har med disse oppgavene.

Det kunne være interessant å se nærmere på elevbesvarelser og elevenes løsningsmetoder i forhold til oppgaveteksten.

1.2 Problemstilling

Den matematiske utfordringen i matematikkoppgavene i PISA-undersøkelsen er etter min mening ikke vanskelig i forhold til det som forventes av 10. klasse i norsk skole. Under rettingen av PISA-undersøkelsen ble det registrert at enkelte av oppgavene var svært dårlig besvart.

Er det slik at norske elever er svake i matematikk, eller kan det være noe med presentasjonen av oppgavene som gjorde at de norske elevene syntes oppgavene var vanskelige? Vil elevene løse oppgavene på en bedre måte hvis oppgavene er mer som elevene er vant med fra matematikkundervisningen?

Jeg vil å se nærmere på et utvalg av PISA-undersøkelsens oppgaver. Jeg antar at metoden elevene bruker når de løser oppgavene, påvirkes av den måten oppgaven presenteres.

Ut fra de overstående refleksjonene startet jeg arbeidet med å formulere en problemstilling. Etter mange forsøk og vurderinger, endte jeg opp med denne:

Hva har oppgavens presentasjon og kontekst å si for elevenes prestasjoner?

I oppgavene i PISA-undersøkelsen møter elevene to utfordringer, den matematiske utfordringen og tolkningen av oppgavekonteksten. I min undersøkelse vil jeg se på den språklige utformingen av matematikkoppgavene og den måten oppgavene presenteres for elevene i undersøkelsen. Jeg har gått inn og forandret noe på oppgavetekst eller presentasjonsform for disse oppgavene. Jeg har forsøkt å beholde den matematiske utfordringen i hver enkelt oppgave så lik som mulig utfordringen i den opprinnelige oppgaven. Jeg har gitt noen av oppgavene en mer matematisk kontekst og fjernet en del av hverdagskonteksten. Andre oppgaver har jeg delt opp slik at elevene møter færre matematiske utfordringer av gangen.

Etter at resultatene fra PISA-undersøkelsen foreligger, viser det seg at det ikke er signifikant forskjell mellom Norge, Sverige og Danmark på resultatene i matematikk i PISA-undersøkelsen. Men de norske elevene scorer dårligst av landene i Norden når det gjelder matematikkoppgavene. Hadde prestasjonene blitt bedre om oppgavene hadde en annen utforming?

Dette blir et utvidet studie av noen av oppgavene i PISA-undersøkelsen.

1.3 Oppgavens oppbygning

I oppgaven vil jeg gjøre rede for PISA-undersøkelsen, plassere den i forhold til testteori og gjøre rede for den teorien som ligger til grunn for PISA-undersøkelsen.

Videre vil jeg belyse teori rundt konstruksjon av matematikktester og vurdering og klassifisering av elevbesvarelser.

Jeg vil se på L97 og sammenligne målene for matematikkundervisningen med PISA-undersøkelsens intensjoner.

Min undersøkelse vil utgjøre hoveddelen av denne oppgaven med presentasjon av mine resultater og noen av resultatene fra PISA-undersøkelsen.

Til slutt vil jeg oppsummere og trekke slutninger på grunnlag av de resultater jeg har kommet frem til og den teorien jeg har lagt til grunn for denne oppgaven.

1.4 Klargjøring av noen begreper

Jeg vil gjøre rede for noen begreper jeg bruker i oppgaven.

1.4.1 kontekst

Termen *kontekst* brukes i matematikkdidaktisk sammenheng i to grunnbetydninger.

Den lingvistiske, som betyr den språklige sammenhengen et ord, utsagn eller en setning opptrer i og som hjelper med å vise utrykkets betydning. Den betydningen av ordet kontekst vil jeg kalle for **oppgavekontekst** i denne oppgaven.

Oppgavekontekst er den språklige utformingen som et matematisk problem er presentert i. I matematikkfaglig sammenheng er kontekst ofte brukt som den innpakningen matematikken finnes i. (Nortvedt 1998)

PISA-undersøkelsen skiller mellom matematisk oppgavekontekst og en ikke-matematisk oppgavekontekst.

> *A task context is called "intra-mathematical" if no reference is made to matters outside the mathematical world. All other task contexts are called "extra-matheatical", whether the elements that are from outside the mathematics are "real" ore "made-up".*

(OECD 2001a s.32)

Jeg vil heretter kalle en ren matematisk kontekst for **skolekontekst**, og en ikke matematisk kontekst for **hverdagskontekst**.

Den andre grunnbetydningen av termen kontekst, som kalles **situasjonskontekst**, handler om historiske, sosiale, psykologiske mm. forhold eller relasjoner der noe skjer eller skal betraktes og overveies.

1.4.2 Matematisk språk

Språk har til alle tider vært et meget viktig middel for menneskers kommunikasjon. I skolesammenheng hører ikke matematikk til under språkfagene, men også i matematikk er språk nødvendig for å forstå problemer og formidle svar og løsninger. I L97 står det om bruk av et matematisk språk.

> *Opplæringen i faget har som mål at elevene opparbeider ferdigheter i å kunne lese, formulere og formidle emner og ideer hvor det er naturlig å bruke matematikkens språk og symboler.*

(L97, s.158)

I matematikkoppgaver der elevene skal svare med egne ord trenger de et språk for å uttrykke seg. Desto mer presist og entydig de kan uttrykke seg, jo lettere er det å forstå hva de mener.

Solvang (1985) skriver om den språkdannende fasen i matematikkopplæringen som den første fasen av fire, "den erfaringsdannende og språkdannende fasen". I læreprosessen er det hensiktmessig at navn og begreper innføres når noe nytt erfares, observeres og oppdages.

For å utrykke seg presist er det hensiktsmessig å bruke et matematisk språk. Et slikt språk bør komme tidlig i opplæringen slik at det dannes et felles grunnlag for kommunikasjon og samtale om de nye begrepene. Med et matematisk språk mener jeg at man bruker matematiske fagord om matematiske begreper. Et hverdagsspråk er ikke alltid like entydig i matematisk sammenheng og gir større rom for tolkning av hva som egentlig er ment.

I denne oppgaven skiller jeg mellom et **matematisk språk** og et **hverdagsspråk** i drøftingen av elevenes besvarelser på oppgavene.

1.4.3 Algoritme

> *En algoritme er en fremgangsmåte, et sett med instruksjoner som ved et endelig antall operasjoner fører til at en gitt oppgave kan løses.*

(Solvang 1992)

1.4.4 Problemløsning

> *I faglitteraturen er det blitt vanlig at problemløsning eller heuristikk står for studiet av de strategier en utformer for å knekke problemer*

(Solvang 1992)

En utfordring vil for en person være et problem dersom denne personen ikke har noen algoritme som vil gi en løsning når personen konfronteres med utfordringen.

Problemløsning i matematikk er å søke etter de algoritmer som en må foreta for å løse et problem.

2. Konstruksjon av vurderingstester

> *Planning is the key to effective achivement testing. It provides greater assurance that our test will measure relevant learning outcomes.*

(Gronlund 1968, s.13)

I utarbeidelsen av testen er det vesentlig å klargjøre hva som skal testes, og beskrive det en ønsker å teste i presise punkter slik at oppgaver kan konstrueres som synliggjør den ønskede adferden (Gronlund 1968). I matematikktester er det matematikkferdigheter vi ønsker å måle. Da er det viktig å ha en klar teori for hva kunnskap og ferdighet i matematikk er. PISA-undersøkelsen har en egen klassifisering av oppgaver. Den skiller seg fra tradisjonell taksonomi blant annet med hensyn til oppbyggingen. Klassifiseringen av oppgaver i PISA-undersøkelsen vil jeg presenterer i kap.3.

En kan dele inn i forskjellige typer teorier eller modeller for kunnskap og forståelse. Som motvekt til PISA-undersøkelsens kompetanseklasser vil jeg presentere Blooms taksonomi (1956).Blooms taksonomi er en hierarkisk inndeling av kognitive prestasjoner. Den ble laget for å gi lærere og prøvekonstruktører en mulighet til å sortere oppgaver i hierarkiske kvalitetsnivåer for kunnskap. Kognitive prestasjoner deles inn i to hovedgrupper: Kunnskap og kognitiv evne og ferdighet. Disse deles igjen inn i seks punkter:

Kunnskap: lærdom erfaring kjennskap viden

1. *Kunnskap (utenat, reproduksjon av fakta)*

Kognitiv evne og ferdighet:

2. *Begrepsforståelse (forstå meningen)*
3. *Anvendelse (bruke informasjon i riktig situasjon)*
4. *Analyse (kunne identifisere og dele opp materiale)*
5. *Syntese (sette deler sammen til et hele)*
6. *Vurdere (vurdere verdien av noe for den konkrete oppgaven)*

(min oversettelse etter Gronlund s.)

De seks punktene er organisert etter økende kompleksitet i følge Bloom. De begynner med det relativt enkle reproduksjon av faktainformation. Et nivå vil alltid inkludere nivåene under. (Gronlund 1968) I store undersøkelser kan det være store forskjeller i den enkelte elevs forkunnskaper og tidligere erfaringer slik at en og samme oppgave representerer forskjellig kognitiv utfordring for elevene.

Tester og prøver i matematikk har lange tradisjoner. Tester brukes for å vise hvilket nivå elevene er på, men testene har forskjellig hensikt. Matematikktester kan grovt deles inn i seks hovedtyper.

- Vi bruker tester for å finne ut om eleven har de kvalifikasjoner som er nødvendig for å starte på et undervisningsnivå. Opptaksprøver hører til i denne kategorien. I Norge har vi ikke tradisjon for å skille elever etter nivå i barne- og ungdomskolen. Vi har en enhetsskole som innebærer at alle elever går sammen i blandete klasser uansett faglig nivå. Enkelte videregående skoler har egne opptaksprøver i noen fag. Det er stort sett linjer med estetiske fag noen skoler har egne opptaksprøver til.

- Vi bruker tester på en diagnostisk måte for å finne ut hva eleven kan og hvilke problemer eleven har med begreper eller emner. Diagnostiske prøver bør ikke være spesielt vanskelige. I en diagnostisk prøve er det ønskelig å få så fyldige svar som mulig fra flest mulig. Blanke besvarelser gir liten informasjon og elevens eventuelle missoppfatninger eller feil algoritme. Samtidig må diagnostiske tester ha oppgaver konstruert slik at feil algoritme blir avslørt, og at feil algoritme ikke kan føre til riktig svar i oppgaven. (Gard Brekke 1995)

- Tester kan brukes som en del av læringsprosessen. Tester kan virke motiverende på svært mange elever. Elevene kan konkurrere mot seg selv for å slå tidligere resultater eller mot medelever. Tester av denne typen kan være konstruert for å utfordre elevens kognitive strukturer ved å kombinere gammel kunnskap på nye måter, eller bruke kunnskapen i nye sammenhenger.

- En mye brukt type tester er laget for å evaluere hva eleven har fått med seg av det som har vært på planen i et emne eller en økt. Disse testene avslutter gjerne arbeidet med et emne. I norsk skole er det tradisjon for tester av denne typen i matematikk, på ungdomstrinnet som grunnlag for elev evaluering og karaktersetting. En viktig hensikt med testene er også at elevene får selvforståelse for sin egen kompetanse og objektiv veiledning for videre arbeid med faget.

- Den femte typen tester er tester konstruert for å sammenligne kompetansen på et stort antall elever i forhold til det målet som er satt for opplæringen. I denne kategorien har vi nasjonale eller internasjonale tester som PISA-undersøkelsen. PISA-undersøkelsen måler ikke kompetanse i forhold til en plan for opplæring, men måler kompetanse i forhold til kunnskap en mener de vil ha nytte av i voksenlivet.

- Den sjette typen tester er nasjonale eksamener. Hensikten med eksamen er å skille og gradere elever etter kunnskapsnivå.

En test laget for et formål kan godt også være egnet til andre formål. Det er avgjørende hvordan testen brukes i praksis i forhold til elevene, hvordan testen skal rettes og hva resultatet skal brukes til.

Selv om fakta kunnskap er en viktig del av læringen i skolen, avhenger bruken av disse kunnskapene i voksenlivet i stek grad av individets tilegnelse av ferdigheter og forståelse for sammenhenger mellom begreper. PISA-undersøkelsen skiller seg fra tidligere undersøkelser og eksamener slik vi er kjenner dem i Norge. Tanken bak PISA-undersøkelsen er at en søker å finne ut om skolen forbereder elevene på de oppgavene og utfordringene de vil komme til å møte i hverdagen og samfunnet. På en måte kan en si at vi tester elevene og setter en diagnose på hvor godt de vil greie seg ut fra skåre i undersøkelsen. Det er de brede generelle ferdigheter som er viktig å utvikle for hver enkelt elev. Dette inkluderer kommunikasjon, tilpasningsevne (evne til å overføre kunnskap fra et område til et annet), fleksibilitet, problemløsning og bruk av informasjonsteknologi. En fokus på læreplaninnhold ville, i internasjonal sammenheng, begrense oppmerksomheten mot læreplanmål som er felles for alle land. Vurderingsgrunnlaget ville i så fall blitt smalere å ha mindre verdi for regjeringer som ønsker å se på styrker og nyvinninger innenfor læreplaner i andre land.

Begrepet diagnostisk undervisning vil jeg ikke drøfte her, men det er naturlig og ønskelig at bruk av diagnostiske tester fører til en undervisning som tar hensyn til de svake og sterke sidene en greier å kartlegge. Dette er også noe av hensikten med PISA-undersøkelsen, bare i større målestokk enn vi vanligvis bruker begrepet diagnostiske tester og undervisning.

2.1 Oppgaveformat

Ved konstruksjonen av en test har vi forskjellige oppgaver å velge mellom. For matematikk sin del har jeg valgt å dele inn i 3 forskjellige oppgaveformat.

- **Flervalgsoppgaver** kan være konstruert på forskjellig måte. Den vanligste typen flervalgsoppgaver er oppgaver der det er gitt flere alternative svar og hvor eleven skal velge riktig alternativ. Denne typen oppgaver er godt egnet til blant annet å få frem vanlige missoppfatninger som elevene kan ha. Oppgavene består av et spørsmål eller ufullstendig påstand, og alternative løsninger der et av svaralternativene er riktig. Alternativene som er feil, kan formuleres slik at de fanger opp missoppfatninger hos elevene, og distraherer de elevene som er usikre på svaret. En må være oppmerksom på at slike feil i svaralternativene kan lede elever til å velge feil svaralternativ på oppgaver de kanskje hadde regnet riktig selv. (Olsen, Turmo & Lie, s.408) Noen flervalgsoppgaver består av flere spørsmål og svar og eleven må finne hvilket spørsmål som passer med hvilket svar. Flervalgsoppgaver er også være oppgaver hvor eleven velger om et utsagn er riktig eller galt. Denne typen oppgaver har størst frekvens av riktige svar ved ren gjetting. Denne typen oppgaver har derfor en begrenset anvendbarhet. Man har ikke mulighet til å teste ut missoppfatninger slik flervalgsoppgavene kan. Elevene kan ha missoppfatninger men allikevel kan utsagnet de skal ta stilling til være riktig slik at missoppfatningen ikke blir synlig. Dette er den vanskeligste typen oppgaver å lage (Gronlund 1968). I PISA-undersøkelsen er denne typen oppgaver gitt i serier og det gir bedre grunnlag for å si noe om elevenes kunnskapsnivå.

- **Lukkede oppgaver**, som er oppgaver der eleven selv må bidra med riktig svar. Det kan være ved å fylle inn et manglende ord, gi et riktig svar på et spørsmål eller regne ut riktig svar på en oppgave. Felles for lukkede oppgaver er at de har ett riktig svar. Det kan være flere løsningsmetoder for å komme frem til riktig svar.

- **Åpne oppgaver** er oppgaver der eleven skal svare med tall eller noen ord, men det er flere svar som er riktige, og flere måter og komme frem til riktig svar. I den nye eksamensformen etter L97 er det kommet inn oppgaver av denne typen der elevene skal lage oppgaven selv, eller løse en oppgave ved for eksempel å planlegge en tur innenfor gitte rammer med hastighet, pauser, tid og kostnader. Oppgaven har form som et oppdrag som eleven skal løse på det han synes er beste måte. Vi skiller mellom langsvars og kortsvarsoppgaver. Langsvarsoppgaver er åpne oppgaver som må besvares med en lengre tekst eller matematisk forklaring. Ingen av matematikkoppgavene i PISA-undersøkelsen er åpne etter denne definisjonen.

I matematikk er det flere måter å definere oppgaver som åpne eller lukket. I Amerikansk tradisjon er alt som ikke er flervalgsoppgaver av forskjellig type, å regne for åpne oppgaver. PISA-undersøkelsen deler inn i flervalgsoppgaver og åpne oppgaver når de klassifiserer oppgavene (Lie, Kjærnsli, Roe, Turmo, s.61). Jeg vil bruke betegnelsen åpne oppgaver kun om oppgaver der det finnes flere riktige svar. En slik oppgave er for eksempel der det er gitt en rekke opplysninger og eleven skal bruke disse til å vise bruk av visse regnearter, eller rett å slett å lage en oppgave de skal løse.

Lukkede oppgaver kan deles inn i oppgaver med mer eller mindre grad av valgfri fremgangsmetode for å komme frem til riktig svar. Noen matematikkoppgaver har en riktig algoritme. Dette gjelder ofte oppgaver innen tall og algebra. Andre oppgaver har flere matematisk riktige fremgangsmetoder for å finne frem til riktig svar. Selv om det er flere måter å finne riktig svar på, kan måten oppgaven blir presentert på, lede elevene slik at en metode blir favorisert. Dette kommer jeg tilbake til under drøftingen av hver enkelt oppgaveenhet.

Problemløsningsoppgaver kan være både flervalgsoppgaver, lukkede oppgaver og åpne oppgaver. Problemløsningsoppgaver er oppgaver hvor eleven ikke har noen automatisk løsningsstrategi, men må ta stilling til valg av en hensiktsmessig fremgangsmåte. Eleven blir utfordret med et problem og må bruke gammel kunnskap i en ny situasjon eller på en ny måte.

> *En utfordring vil for en person være et problem dersom denne personen ikke har noen algoritme som vil gi en løsning når personen konfronteres med utfordringen.*
>
> *Problemløsning i matematikk er å søke etter de algoritmer som en må foreta for å løse et problem.*

(Solvang 1992)

Det går an å lære seg visse strategier for å angripe problemløsningsoppgaver, men i det en oppgave er en rutine oppgave er den ikke lenger noen problemløsningsoppgave. For et barn som har addisjonsbegreper kan en enkel multiplikasjonsoppgave være en problemløsningsoppgave. Om en oppgave er en problemløsningsoppgave avhenger altså av hvem som skal løse den. Denne kategorien utelukker ikke oppgaveformatene som er beskrevet ovenfor.

3. PISA-undersøkelsen

The Programme for International Student Assessment forkortet som PISA, er en stor verdensomfattende undersøkelse av 15 åringer og deres kompetanse til å bli morgendagens voksne. PISA blir koordinert av representanter for myndighetene i deltakerlandene. OECD[1] har det overordnede ansvaret for denne koordineringen. Denne fremstillingen bygger i stor grad på Lie, Kjærnsli, Roe, Turmo 2001.

PISA-undersøkelsen omfatter fagene lesing (norsk i Norge), matematikk og naturfag. I den første runden av PISA-undersøkelsen var det lagt mest vekt på lesing. I PISA-undersøkelsen våren 2003 skal det legges mest vekt på matematikk.

PISA er et samarbeid mellom land. Et av målene er å se på sterke og svake sider ved de forskjellige lands utdanningssystemer. I PISA-undersøkelsen måles elevenes evne til å anvende kunnskaper og ferdigheter i virkelighetsnære oppgaver, og ikke i tradisjonelle skoleoppgaver. PISA-undersøkelsen er ikke konstruert for å måle hva elevene har lært, men søker heller å si noe om i hvilken grad elevene kan bruke det de har lært. (OECD 2000a s.5)

Den første runden med PISA-undersøkelse ble gjennomført våren 2000 og den vil bli gjentatt hvert tredje år. I Norge deltok 4147 elever våren 2000.

PISA-undersøkelsen skiller seg fra tidligere undersøkelser på flere punkter, men den kanskje viktigste forskjellen er ferdighetene som testes. Tidligere undersøkelser har vært konstruert for å se på hva elevene lærer i forskjellige emner innen matematikk. TIMSS[2] er en undersøkelse det kan være naturlig å sammenligne med. I TIMSS er det krevd at oppgavene skulle være relevante i forhold til hva som undervises i mer enn 70% av landene som var med. (Brekke, Kobberstad, Lie og Turmo, s) Et slikt krav begrenser emnene som kan være med i undersøkelsen.

PISA-undersøkelsen er ikke primært strukturert etter skolematematikkens emner og disipliner. PISA-undersøkelsen er basert på hva som antas å være viktig kunnskap i fremtiden. Den tar utgangspunkt i det vi kaller funksjonell kompetanse. Ved å teste kunnskaper og ferdigheter ved slutten av den grunnleggende skolegangen, tester man med PISA-undersøkelsen i hvilken grad unge mennesker er forberedt på voksenlivet.

PISA-undersøkelsen gir oss også informasjon om kompetanser på tvers av fag. I PISA-undersøkelsen ble denne delen av undersøkelsen kaldt "Cross-Curicular Competencies" og forkortet til CCC. Elevene fikk spørsmål om læringsstrategier, motivasjon, selvoppfatning og hjemmebakgrunn. I PISA-undersøkelsen foreligger det resultater der disse parametrene sammenholdes med score i oppgavene.

Endel av oppgavene kommer til å bli brukt i flere runder av PISA-undersøkelsen. På den måten får man nøyaktige resultater som skal kunne sammenlignes over tid. Det gir mulighet

[1] OECD står for Organisation for Economic Cooperation and Development (Organisasjon for Økonomisk Sammarbeid og Utvikling).

[2] TIMSS står for Third International Mathematics and Science Study.

til å se på forandringer i elevenes resultater opp mot reformer og forandringer i skole system og pedagogisk ideologi.

3.1 Mathematical literacy

I PISA-undersøkelsen defineres mathematical literacy:

> *Mathematical Literacy is an individual`s capacity to identify and understand the role that mathematics plays in the world, to make well-founded judgement and to engage in mathematics, in ways that meet the needs of that individual`s life as a constructive, concerned and reflective citizen.*

(OECD, 2000a)

Matematisk kompetanse er i PISA-undersøkelsen forstått som generelle ferdigheter og kompetanser som problemløsning, bruk av matematisk språk og matematisk modellbygging. I PISA-undersøkelsen er det ikke lagt vekt på de tradisjonelle skolematematikkemnene.

> *The term "literacy" has been chosen to emphasise that mathematical knowledge and skills, as defined within the traditional school mathematics curriculum, do not constitute our primary focus. Instead, the emphasis is on mathematical knowledge put into functional use in a multitude of different contexts in varied, reflective and insight-based ways.*

(OECD, 2000a)

Et mål for all matematikkundervisning må være at elevene skal lære å bruke matematikk på en måte som øker deres mulighet for aktiv deltakelse i samfunnet. Graden av denne muligheten for aktiv samfunnsdeltagelse ligger i begrepet mathematical literacy. Mathematical literacy kan oversettes med begrepet matematisk allmenndannelse.

Lindsenskov og Wedege har i en artikkel presentert begrepet numeralitet:

> *Matematikk i voksenliver handler ikke alene om matematikundervisning, -læring og –viden, men også om matematikholdige aktiviteter i hverdagen og om de kompetanscer der er nødvendig for at håndtere dem.*

(Lindenskov & Wedege 2000 s.1)

På Engelsk har vi begrepet "numeracy" som dekker denne kompetansen. I artikkelen "Numeralitet til hverdag og test" har Lindenskov og Wedege innført begrepet numeralitet på dansk fordi det ikke fantes noe tilsvarende ord til "numeracy" i det danske språket. (Lindenskov & Wedege 2000 s.1)

Matematikkoppgavene i PISA-undersøkelsen er forsøkt konstruert for å måle graden av matematisk allmenndannelse hos 15-åringer. Ideen om matematisk allmenndannelse i PISA-undersøkelsen passer godt sammen med mål for matematikkundervisningen i ungdomstrinnet etter L97. L97 vil jeg drøfte videre i et eget kapitel.

3.2 Rammeverket

Det ble utarbeidet et rammeverk (famework) for PISA-undersøkelsen (OECD 2001a). I dette rammeverket er det mer fokus på de nyttige sidene ved faget enn de rent faglige sidene.

Det er to hovedelementer ved klassifiseringen av matematikkoppgaver i PISA, sentrale ideer (mathematical big ideas) og kompetanseklasser. De sentrale ideene refererer til innholdet i oppgavene og er delt i fire punkter.

De fire sentrale ideene er:

- **Forandring og sammenheng** (change and relationships)
- **Rom og form** (space and shape)
- **Kvantitativt resonnement** (quantity)
- **Usikkerhet** (uncertainty)

Det er bare *forandring og sammenheng* og *rom og form* som var med i den første runden av PISA-undersøkelsen. *Forandring og sammenheng* refererer til beskrivelser og tolkninger av forandring og sammenheng i kvantitative forhold. *Rom og form* knytter seg til matematikken som mønster. Elevene må kunne gjenkjenne former og mønstre i forskjellige sammenhenger.

Det andre hovedelementet ved klassifiseringen av oppgavene er matematisk kompetanse. Med matematisk kompetanse forstår en i PISA generelle ferdigheter og kompetanser som problemløsning, bruk av matematisk språk og matematisk modellbygging. I PISA-undersøkelsen har en valgt å dele oppgavene inn i tre kompetanseklasser.

Disse tre kompetanseklassene er:

- **Kompetanseklasse 1: Reproduksjon , definisjoner og beregninger.** Klassen dekker elevers bruk av faktakunnskaper, gjenkjenning av matematiske objekter og egenskaper og utføring av rutinemessige prosedyrer og standard-algoritmer.
- **Kompetanseklasse 2: Se forbindelser og kunne integrere informasjon som grunnlag for problemløsning.** Elevene skal kunne se sammenhanger mellom ulike områder av matematikken, kunne bruke ulike representasjoner, se sammenhenger mellom definisjoner, bevis, eksempler og påstander. Elevene må kunne bruke et formelt språk. Her er problemet ofte gitt i en sammenheng.
- **Kompetanseklasse 3: ”Matematisering”, matematisk tenkning og generalisering.** Dette er den mest omfattende klassen, der elevene stilles overfor kravet om å kunne ”matematisere” situasjoner, det vil si komme fram til matematikken som finnes i ulike situasjoner, og bruke det matematiske verktøyet til å løse problemer, for så å tolke svaret inn i den opprinnelige situasjonen. Slike prosesser inneholder kritisk tenkning, analyse og refleksjon.

Disse tre kompetanseklassene representerer forskjellige typer kompetanser. Vanskelighetsgraden av en oppgave avhenger av elevens utgangspunkt. I PISA-undersøkelsen har man derfor ikke tenkt kompetanseklassene i rekkefølge med stigende kompetanse. Kompetanseklasse en kan være svært vanskelig for en elev som ikke har faktakunnskaper om det matematiske problemet som oppgaven krever løst. Dette er en naturlig følge av at PISA-undersøkelsen er internasjonal, og at de forskjellige deltagerlandene har forsjellig vektlegging både når det gjelder undervisningsform og innhold.

3.3 Oppgavene i PISA-undersøkelsen

Oppgavene som er laget til PISA-undersøkelsen tar utgangspunkt i det internasjonale rammeverket som er utviklet for undersøkelsen. Fordi PISA-undersøkelsen legger mer vekt på de nyttige sidene ved faget enn de mer fagspesifikke sidene består oppgavene i liten grad av spørsmål som bare krever ren faktakunnskap. Oppgavene er i stor grad organisert som oppgaveenheter, der hver oppgaveenhet består av en tekst med flere spørsmål knyttet til teksten. (Lie, Kjærnsli, Roe, Turmo, 2001 s.12)

Med PISA-undersøkelsen forsøker man å måle matematisk forståelse ved å benytte flere oppgavetyper. Noen av matematikkoppgavene er flervalgsoppgaver eller riktig/galt oppgaver. Disse er brukt til å måle enkle matematiske prosesser.

For mer avanserte matematiske prosesser har man i PISA-undersøkelsen brukt lukkede oppgaver etter min definisjon av oppgaver. I slike oppgaver får elevene ofte anledning til å vise hvordan de kommer frem til svaret ved utregning eller forklaringer. Alle oppgavene som jeg har valgt å ha med i min undersøkelse er lukkede oppgaver. På flere av oppgavene bruker elevene forkjellige metoder for å komme frem til samme svar, eller de gir forsjellig begrunnelse for det samme resultatet. For å få med slike variasjoner i datamaterialet ble det utviklet et tosifret kodesystem. Dette kodesystemet har jeg presentert i et eget avsnitt.

3.4 Oppgavekontekst

Ifølge Jan de Lange (1987) har kontekstoppgaver en rekke funksjoner. Han skiller mellom første-, andre- og tredjegrads kontekst.

- Tredjegradskontekst: bruk av kontekst til å introdusere og utvikle en matematisk modell eller et konsept. Han tenker da at en tar utgangspunk i en kontekst og overfører dette for å definere og forstå et matematisk modell eller konsept. Bruk av kontekst på denne måten krever nøye overveielse.

- Andregradskontekst: den virkelige verden er essensiell og matematikken er et verktøy til å organisere, strukturere og løse problemet.

- Førstegradskontekst: de matematiske opprasjonene er pakket inn i en kontekst. Her er konteksten bare en ramme for å sette den matematiske oppgaven i en praktisk eller aktuell situasjon.

Førstegradskontekst er den vi tradisjonelt finner mest av i tradisjonelle skolebøker. Førstegradskontekst og andregradskontekst er ikke alltid mulig å skille fra hverandre. (Jan de Lange, s.80)

En triviell men ofte ønskelig hensikt med oppgavekontekst er at den skal være motiverende.

> *For younger students artificial contexts are acceptable and - under certain circumstances – motivating. For older students contexts must be more realistic to be acceptable.*

(Jan de Lange 1987)

Elevene i PISA-undersøkelsen er 15-åringer og i følge Jan de Lange må oppgavekontekster være realistiske for at de skal aksepteres og være motiverende for elever i denne aldersgruppen. Det betyr ikke at for eksempel en oppgave om befolkning må være fra et autentisk land, men kan godt være fra et land konstruert for oppgaven.

Med dette som bakgrunn skulle PISA-undersøkelsen være motiverende for målgruppen. Oppgavene er laget med tanke på å gi realistiske problemer som elevene kan kjenne igjen.

Elevenes matematiske kunnskap og forståelse må måles i forskjellige kontekster/situasjoner for å minimalisere forskjeller som kommer av at elevene opplever oppgavene fremmede i forhold til sin kultur. I internasjonale undersøkelser med stort omfang som PISA-undersøkelsen er det viktig og ønskelig å sikre at ikke kulturelle forskjeller mellom land og deler av verden spiller inn på elevenes evne til å løse oppgavene.

> *The real world of one child may differ considerably from the real world of another.*
>
> (Jan de Lange 1987)

I PISA-undersøkelsen har man forsøkt å ta hensyn til at elever fra forskjellige land har forskjellig kulturell bakgrunn og referanser. Oppgavene i PISA-undersøkelsen har stor variasjon i oppgavekontekstene for å minemalisere sjansene for at elevene opplever oppgavene som urealistiske og lite relevante. (PISA 2000)

> *To make sure that the context is motivating to all, or as many students as possible, one should offer a whole range of different contexts.*
>
> (Jan de Lange 1987)

I PISA-undersøkelsen har man definert situasjonen oppgaven er i ut fra en slags avstand til elevens verden. Det nærmeste er privat liv, så kommer skole, arbeid og sport, lokalmiljø og samfunn, og lengst fra elevens verden er vitenskaplige oppgavekontekster.

En fremmed kontekst kan skape konflikt for den som skal løse oppgaven. En konflikt kan føre til læring og innsikt i en ny situasjon eller føre til fullstendig blokkering hos elevene og gjøre oppgaven umulig eller vanskelig å løse. I en test situasjon er det mest hensiktsmessig at en oppgavekontekst er kjent og ikke virker fremmed for så mange som mulig av de som skal løse oppgavene. (Jan de Lange 1987 s. 81)

> *..learning becomes meaningful when it connects to the lives and understandings of the learner,..*
>
> (Ladson-Billings 1995)

I artikkelen ”Making mathematics meaningful in multicultural contexts” beskriver Ladson-Billings et scenario der matematikkoppgaven diskriminerer den afro-amerikanske elevgruppen ved at matematikkoppgaven ikke passer til deres hverdagserfaringer. Oppgaven inneholder opplysninger om pris på månedskort og enkeltbilletter og eleven skal regne ut hva som er den mest lønnsomme billetten å bruke til jobb. De afro-amerikanske elevene oppfattet oppgaven som meningsløs så lenge den ikke gav noen opplysninger om hvor mange jobber personen hadde. Oppgaver med kontekst blir meningsløse hvis de ikke passer til elevens verden. I PISA-undersøkelsen, som skal gjennomføres i mange land, er det viktig å ta hensyn til dette under utforming og vurdering av oppgaver.

Kontekster som "skjuler" det matematiske innholdet i en oppgave for elevene gir liten læringseffekt. (Nortvedt 1998) Denne typen oppgaver er heller ikke interessante i test sammenheng hvor en vil undersøke elevenes evne til å bruke sine kunnskaper i matematikk.

En kan si at en kontekst skjuler matematikken når den er så kjent for eleven at oppgaven kan løses uten at eleven er bevist de matematiske handlingene han utfører for å løse problemet. Eleven bruker ferdigheter som er automatiserte ferdigheter i dagliglivet. Oppgaver med en slik kontekst vil ikke vise om eleven har matematiske ferdigheter som han greier å bruke i praksis på nye situasjoner. I tester hvor en ønsker å måle matematisk allmenndannelse er det derfor ikke ønskelig med kontekster som er så kjent for elevene at de skjuler matematikken og elevene benytter "spesialiserte" teknikker.

3.5 To sifrete koder

I store undersøkelser har det tradisjonelt vært brukt flervalgsoppgaver. Flervalgsoppgaver er oppgaver der elevene skal krysse av for riktig svar. I PISA-undersøkelsen er det i tillegg til flervalgsoppgavene også oppgaver der elevene må skrive og eventuelt formulere sitt svar selv.

For å få innsikt i hvordan elevene har tenkt og hvilke løsningsstrategier de har brukt ble det internasjonalt utviklet et tosifret kodesystem for oppgaver i matematikk. Dette kodesystemet er en videreføring av arbeidet med koding av elevsvar fra TIMSS (Lie, m.fl. 1996). Kodesystemet skulle brukes til retting i alle deltagerlandene. PISA-undersøkelsen har som mål å si noe om 15-åringers kompetanse i matematikk, og det var viktig at ikke oppgavene bare ble kodet for riktig eller galt. Elevenes fremgangsmåter, begrunnelser og alternative forestillinger er interessante parameter som en ønsker å registrere. Tankene bak PISA-undersøkelsen gjør at et kodesystem for å kartlegge fremgangsmåter og forestillinger er spesielt aktuelt. Den kompetansen elever viser når de løser en oppgave ved å bruke en innlært metode med matematiske standardalgoritmer er en annen enn den som vises når elever kombinerer kunnskap fra flere områder og finner løsningen etter egen vurdering og prøving. Som fremtidens aktive samfunnsborgere er evnen til å lære og tilegne seg ny kunnskap og å bruke kunnskap i nye situasjoner helt nødvendig og dette vil man blant annet ha frem i PISA-undersøkelsen.

Det norske fagmiljøet har hatt en viktig rolle i utviklingen av tosifrete koder både i forbindelse med TIMSS og nå også PISA-undersøkelsen. Ideen bak kodesystemet er å registrere både poengsummene og type svar i et tosiffret tall.

Det første sifferet angir poengsummen som eleven har oppnådd. Det andre sifferet spesifiserer typen respons og fremgangsmåten eleven bruker for å løse oppgaven. Ved å kode oppgavene på denne måten kan man se hvilke tanker elevene viser at de har om et begrep, hvilke begrunnelser de har for en konklusjon eller hvilken metode de har brukt for å løse oppgaven.

Kodene følger et enkelt system:

- Kode 20-29: Riktig svar - Score=2
- Kode 10-19: Delvis riktig svar – Score=1
- Kode 01-09: Feil svar- Score=0
- Kode 90-99: Ingen svar - Score=0

Hvis to poeng er topp score vil koder mellom 20-29 vise at eleven har fått to poeng, og dermed løst oppgaven riktig. Koder mellom 10-19 gis til de som får ett poeng, delvis riktig.

01-09 Er koder for forskjellige typer feilsvar. Elever som svarer tull får en kode her. 99 Brukes for de oppgavene som er blanke. I noen oppgaver er det tre poeng som er topp score og da er det et koder på 30 nivå som gir tre poeng.

For å få med den diagnostiske informasjonen vi er ute etter er det viktig å få med koder som skiller klart mellom elevenes forskjellige løsningsstrategier og tenke måter.

Kodene må derfor prøves ut og diskuteres.

3-4 November 1999 fikk jeg delta på "Norwegian workshop". Hensikten med disse dagene var å prøve ut to sifrete koder for matematikk og naturfag oppgavene i PISA. Det er viktig å være kritisk til de eksisterende kodene - er de gode , lette å skille elevene - er det hensiktsmessig å skille svarene slik - er det det som er interessant?

Kodene fra PISA-generalprøven ble prøvd ut med blant annet tanke på hva slags feil eller forskjellige løsningsmetoder det var interessant å skille mellom, og hva som ga en god reliabilitet retterne i mellom. Når hovedundersøkelsen er i gang er det mye ekstra arbeid å justere kodene. I så fall må alle rettede oppgaver rettes om igjen. Den norske PISA-gruppen ønsket noen flere koder enn det som ble vedtatt i den internasjonale undersøkelsen. Disse kodene ble slått sammen før resultatet ble sendt til behandling i den internasjonale PISA-undersøkelsen (Kjærnsli m.fl. 1999).

Jeg har brukt koder fra ”Mathematics marking guide” som ble brukt under rettingen av PISA-undersøkelsen våre 2000 i Norge. Jeg har i så mange oppgaver som mulig brukt de samme kodene som er brukt i PISA-undersøkelsen. I en del oppgaver har jeg funnet det interessant å legge til flere koder. I oppgaver som ikke er brukt i PISA-undersøkelsen er kodene laget av meg, men jeg har tatt utgangspunkt i koder fra PISA-undersøkelsen.

4. L97

Siden 1997 har L97 gradvis blitt innført som reform i den norske skolen. For matematikken sin del har det blant annet gitt seg utslag i nye retningslinjer for opplæringen i matematikk, og en ny eksamensform som krever mer enn ren matematisk kompetanse.

L97 legger vekt på at matematikk skal stå i sammenhang med andre fag i skolen og elevens verden utenfor skolen. Under innledningen til matematikkfaget i L97 står det blant annet:

> *Kunnskap og ferdigheter i matematikk er et viktig grunnlag for aktiv deltagelse i arbeid og fritid og for å kunne forstå og øve innflytelse på prosesser i samfunnet.*

(L97, s.154)

> *På ungdomstrinnet legges det mer vekt på de formelle og abstrakte sidene ved faget og på bruk av matematikk i samfunnet. Praktiske situasjoner og elevenes egne erfaringer står fortsatt sentralt i opplæringen.*

(L97, s.155)

I målene for faget finner vi mange målformuleringer som omhandler matematikk som et redskap som elevene skal oppleve nytten av, og kunne bruke i ulike sammenhenger også utenfor skolen.

> *Opplæringen i faget har som mål at matematikk blir et redskap som elevene kan ha nytte av på skolen, i fritiden og i arbeids og samfunnsliv.*

(L97, s.158)

> *Elevene skal lære å bruke sine kunnskaper i matematikk som et nyttig redskap i oppgaver og problemer i dagliglivet og i samfunnslivet.*

(L97, s.166)

> *Elevene skal med utgangspunkt i praktiske erfaringer tilegne seg begreper om sannsynlighet.*

(L97, s166)

Arbeidsmetoder i faget etter L97 legger vekt på eksperimentering og utforskning av matematikk i praktiske situasjoner og for å beskrive resultater. Prosjektarbeid er en arbeidsform det legges vekt på i L97. I matematikk er det naturlig at prosjektarbeider knytter faget til andre fag og praktiske situasjoner. Matematikk brukes også ofte som redskap i prosjekter i andre fag og i presentasjoner av resultater fra prosjekter. Denne arbeidsformen er med på å gjøre matematikk til et fag integrert i andre fag og i elevens dagligliv i den grad prosjekter blir knyttet til elevens verden. Grafer og funksjoner og statistikk er matematiske emner som er godt egnet til bruk i prosjektsammenheng.

> *I opplæringen skal elevene gjennomføre enkle statistiske undersøkelser ved å planlegge og lage skjemaer for datainnsamling, blant annet spørreskjemaer.*

(L97, s170)

I opplæringen skal elevene øve seg i å lage grafer som beskriver situasjoner og sammenhenger i dagliglivet, og tolke resultater.

(L97, s168)

De skal kunne bruke sine kunnskaper om grafer og funksjoner til å undersøke og beskrive situasjoner og sammenhenger og til å arbeide med praktiske og matematiske problemer.

(L97, s166)

En ny læreplan har også betydning for eksamen i faget. For matematikk sin del har L97 resultert i flere oppgaver med kontekst enn tidligere. Tradisjonelle kontekstfrie oppgaver der elevene ble prøvet i de fire regningsartene, brøk, prosent og algebra er gitt mindre plass i eksamen etter L97.

Noen oppgaver er delt i to hvor elevene må velge mellom en enklere utgave eller en mer avansert utgave og med poeng sum i forhold til vanskelighetsgrad. Elever som skal løse en slik oppgave må ha en del kunnskap om sitt eget ståsted og evne innenfor faget og oppgavetypen. Eleven må også kunne vurdere om oppgaven er riktig løst hvis de velger den avanserte oppgaven. En slik vurderingsevne har for mange med selvsikkerhet å gjøre, og gjør at en del elever velger sikkert, og tar den enkle oppgaven. Mens andre er urealistiske og velger over sitt nivå i håp om å samle poeng.

Elevene får også åpne oppgaver hvor de skal lage oppgaven selv med de tallene eller opplysninger som er gitt. Da må elevene selv konstruere en kontekst som passer til opplysningene som er gitt og de må vurdere vanskeligheten av den i forhold til poengsummen de kan oppnå.

I den siste delprøven skal elevene selv velge fritt blant ett, to og tre poengs oppgaver, men maksimalt seks oppgaver til sammen.

Den samlede arbeidsmengden på eksamen ble kortet ned noe da eksamensformen ble forandret slik at det skulle være tid til refleksjon og vurdering av egne valg.

Elevene kan ha med egenproduserte regelbøker på eksamen etter L97. Mange legger mye arbeid i en regelbok og den brukes som en resurs på eksamen og prøver. Regelboken inneholder som regel formler og eksempler på algoritmer. En av begrunnelsene for innføring av regelbok er at eksamen skal være nærmere en vanlig situasjon utenfor skolen der alle hjelpemidler er tilgjengelig. Å lage en regelbok bør være en prosess der eleven tar avgjørelser over utvalg av regler som de ønsker å ha med og hvordan de vil at den skal se ut.

Alle disse elementene av valg og vurderinger som eleven skal foreta i matematikk er en del av matematikkundervisningen.

I PISA-undersøkelsen fokuseres det på den allmenn nyttige siden av matematikk faget. Formuleringene fra L97 passer godt sammen med definisjonen av mathematical literacy i PISA-undersøkelsen.

Mathematical literacy (is) the capacity to identify, to understand, and to engage in mathematics and make wellfounded judgements about the role that mathematics plays, as needed for an individual`s current and future private life, social life with peers and relatives, and life as a constructive, concerned, and reflective citizen.

(OECD 2000a, s.10)

I PISA-undersøkelsen fokuseres det på at matematikk skal være et redskap for eleven i dagliglivet og til nyttig for eleven som aktiv samfunnsborger. Dette skal gjenspeile seg i oppgavekontekstene i PISA-undersøkelsen. Oppgavene i PISA-undersøkelsen har oppgavekontekst som er ment å gjøre oppgavene realistiske og aktuelle. Oppgavene skal gi elevene mulighet til refleksjon og vurdering av matematiske argumenter.

PISA-undersøkelsen er konstruert for å gi svar på hvor forberedt elevene er på de utfordringene de vil møte i samfunnet som aktive samfunnsborgere. Med utgangspunkt i L97 og rammene for PISA-undersøkelsen, burde norske elever være godt forberedt til PISA-undersøkelsen. Etter intensjonene i L97 skal norske elever være godt rustet for de matematiske utfordringene de kan komme til å møte i fremtiden som aktivt deltagende samfunnsborgere i et teknologisk samfunn.

5. Min undersøkelse

I dette kapittelet vil jeg redegjøre for gjennomføringen av min undersøkelse når det gjelder valg av oppgaver, praktisk gjennomføring, retting av elevsvar og valg av metoder som jeg har brukt i dette arbeidet

5.1 Presentasjon av min undersøkelse

Jeg arbeidet med forandringen av PISA-oppgavene under og umiddelbart etter kodingen av PISA-undersøkelsen våren 2000. Målet var å få komme på noen skoler for å gjennomføre min undersøkelse så raskt som mulig etter at PISA-undersøkelsen hadde vært ute i skolen. Min erfaring fra kodingen av PISA-undersøkelsen var viktig ved valg av oppgaver og de forandringene jeg valgte å foreta.

Parallelt med at jeg var med på kodingen av PISA-undersøkelsen våren 2000, arbeidet jeg med valg av oppgaver og forandringen av oppgavene som ble valgt ut for min undersøkelse. Flervalgsoppgavene som var med i PISA-undersøkelsen var ikke med blant oppgavene jeg vurderte. På det tidspunktet forelå det ingen oversikt over resultatet av PISA-undersøkelsen, men resultater fra generalprøven var tilgjengelig. Utvalget av matematikkoppgaver som jeg har tatt med i min undersøkelse, er i hovedsak et resultat av det jeg opplevde som de mest interessante oppgavene å se nærmere på etter erfaringen fra kodingen av PISA-undersøkelsen.

Det var ikke tid til en generalprøve før gjennomføringen av min undersøkelse. Oppgavene ble laget etter ideer fra rettingen av PISA-undersøkelsen, og det var ønskelig for meg å få gjort undersøkelsen på det samme årskullet som deltok i PISA-undersøkelsen våren 2000.

Jeg sendte ut forespørsel (se vedlegg) til fire Oslo skoler om å få bruke en time i 10. klasse til min matematikkundersøkelse. Jeg fikk positivt svar fra tre av skolene. Tidspunktet jeg besøke skolene på ble lagt i perioden mellom skriftlig eksamen og en eventuell muntlig eksamen for 10. klasse.

De tre skolene jeg besøkte ligger i Oslo sentrum vest. To av skolene er offentlige skoler og en er privatskole. Jeg besøkte 6 klasser med til sammen 112 elever fra disse skolene. Undersøkelsen ble foretatt i en matematikktime med matematikklæreren til stede. Elevene ble informert om at læreren ikke skulle rette oppgavene, og at undersøkelsen var anonym.

Etter en kort presentasjon av meg og min undersøkelse fikk elevene 30 minutter til å løse oppgavene. Etter at testen var ferdig brukte jeg tid til å gå igjennom oppgavene sammen med elevene slik at de skulle få faglig utbytte av å være med i undersøkelsen min. I PISA-undersøkelsen og i min undersøkelse fikk ikke elevene bruke regelboken sin.

Selve undersøkelsen ble gjennomført på en for meg tilfredstillende måte. Elevene gikk inn for oppgaven og testsituasjonene ble forholdsvis lik på de tre skolene.

5.2 rettingen

I rettingen og kodingen av min undersøkelse har jeg brukt de samme kodene som PISA-undersøkelsen der det har vært naturlig. Disse kodene har jeg skrevet på engelsk ordrett etter kodene fra PISA-undersøkelsen.

Noen av oppgavene i min undersøkelse er forandret endel i forhold til oppgaven i PISA-undersøkelsen sin versjon. Det har i mange tilfeller ført til at ordlyden i endel koder var naturlig å forandre eller at jeg laget helt nye koder som ikke var med i PISA-undersøkelsen. I enkelte oppgaver var det tendenser i elevbesvarelsene som ikke kom frem med kodene fra PISA-undersøkelsen. I disse oppgavene har jeg lagt til egne koder. Jeg har laget koder etter å ha gått igjennom elevsvarene, og ikke på bakgrunn av spørsmålene og hvilken type svar man ønsker. De kodene jeg har forandret på eller laget selv er skrevet på norsk og i kursiv. En presisering av hva som ligger i kodene finnes i kodeguiden til PISA-undersøkelsen 2000 (OECD 2000b).

Jeg har rettet alle elevsvarene selv og det er gjort på bakgrunn av de erfaringer jeg fikk under rettingen av PISA-undersøkelsen.

5.3 Metode

Vi skiller mellom kvalitativ og kvantitativ forskningsmetode. Hvilken metode man skal velge avhenger av målet med forskningen. I min undersøkelse har jeg brukt både kvantitativ og kvalitativ forskningsmetode.

Den kvantitative forskningsmetoden er basert på mange svar fra en forholdsvis stor gruppe. Muligheten til å få utdypninger av den enkelte besvarelsen blir mindre med en kvantitativ forskningsmetode. Fordelen med denne metoden er muligheten til å behandle dataene statistisk. En kan sammenlikne og se på tendenser i populasjoner, og resultatene kan generaliseres for hele befolkningsgrupper hvis det undersøkte utvalget er representativt.

En kvalitativ metode tar for seg enkelt tilfeller og går i dybden. En søker ikke nødvendigvis en generell tendens, men er opptatt av dette spesielle tilfellet. I kvalitativ analyse er forskeren sitt ståsted og tidligere erfaringer av betydning fordi forskerens subjektive oppfattning og beskrivelse av det som er observert har betydning for tolkning av resultatet. En hensikt med den kvalitative analysen av elevbesvarelsene i min undersøkelse er å fange opp forskjeller i svarmønsteret til elevene for å kunne gi koder til de kategorier av svar som eksisterer i mitt materiale.

I min undersøkelse er det en forholdsvis liten gruppe elever som er undersøkt i forhold til omfanget av PISA-undersøkelsen. Det er 112 elever med i min undersøkelse mens det i PISA-undersøkelsen er 1385 elever som har svart på matematikkoppgavene. Fordi det er et mindre antall elevsvar i min undersøkelse har jeg mulighet til å se nærmere på hva hver enkelt elev har svart. Materialet i min undersøkelse er samlet inn og behandlet kvantitativt. Etter at alle besvarelsene har fått koder for type svar har jeg behandlet det innsamlede materialet i min undersøkelse i det statistiske dataprogrammet SPSS[3]. Jeg har kodet elevsvarene og lagt inn resultatene for å registrere tendenser i metoden elevene bruker når de løser oppgavene.

[3] SPSS står for The Statistical Package for the Social Science

Resultatet av kodingen er presentert i frekvenstabeller med både svarfrekvens og prosentfordeling. Jeg har valgt å ikke gå videre med ytterligere statistisk analyse av resultatene i min undersøkelse i forhold til PISA-undersøkelsen. Det er for mange forskjeller i de to undersøkelsene til at en slik sammenlikning har noen verdi.

I den videre analysen av materialet har jeg arbeidet kvalitativt. Jeg har sett nærmere på hvilke type svar som ligger innenfor kodene og hvordan konteksten i oppgaven har gitt føringer på løsningsmetoden.

I kvalitativ analyse er forskeren forskningsinstrumentet. Forskerens ferdigheter og erfaringer har betydning for hvor godt resultatet vil bli. I kvalitativ forskning kreves det derfor at forskerens ståsted og rolle klargjøres. (Ary 1996 s.477-478)

5.4 Validitet og reliabilitet

> *The two most important characteristics of test scores are validity and reliability...Anyone working with tests-whether constructing them or using published tests-should understand the meaning of these concepts...and should know the various procedures by which they are determined. (Gronlund 1968)*

Generelt definerer vi validitet som i hvilken grad en test måler det den er ment å måle. En kan dele inn i indre validitet, som betegner testens pålitelighet og ytre validitet som sikter til om resultatet er generaliserbart. Validiteten til en test kan ikke måles direkte. Den måles indirekte ved at men vurderer testens innhold og kriterier.

Validiteten i min undersøkelse kan svekkes hvis det er oppgaver elevene misforstår eller som er dårlig formulert slik at oppgaven virker fremmed for elevene. Jeg har vært oppmerksom på dette under arbeidet med oppgavene. Det var et mål for meg å lage oppgavene med en så ”vanlig” kontekst som mulig for elevene.

Reliabilitet refererer til hvor ensartet testen måler det den er ment å måle, hvor godt samlescore for oppgavene sier noe om kunnskapsnivået til elevene. Jeg opererer ikke med samlescore i denne oppgaven.

Det er mer aktuelt å snakke om reliabilitet i rettingen av oppgavene. I PISA-undersøkelsen ble en del hefter trukket ut for å sikre reliabiliteten mellom retterne. Disse heftene ble rettet av 4 forskjellige rettere og resultatet ble sammenholdt for å sikre at ikke avvikene var for store. I den norske PISA-undersøkelsen var det god reliabilitet mellom retterne. I min undersøkelse er det ikke foretatt noen systematisk sikring av reliabilitet fordi det bare er jeg som har rettet oppgavene. De oppgavene som er vanskelige å kode fordi elevene formulerer seg forskjellig og ofte uklart har jeg fått flere til å se på.

5.5 Refleksjoner over mine valg

Kvalitativ forskningsmetode med intervju av enkeltelever eller grupper av enkeltelever kunne være en alternativ fremgangsmåte. Ved en intervjusituasjon har intervjueren anledning til å følge opp enkeltelever med utdypende spørsmål. Spørsmål som ikke er klare kan omformuleres. Intervjueren får bedre innblikk i den enkelte elevs tanker og strategier for å finne det rette svaret. Ulempen ved en slik undersøkelses metode er selvfølgelig at antallet intervjuobjekter er færre en antallet besvarelser i en skriftlig undersøkelse. Intervjusituasjonen er tidkrevende og man når ikke over så mange.

5.6 Presentasjon av oppgavene i undersøkelsen

Jeg valgte ut seks oppgaver fra PISA-undersøkelsen på bakgrunn av erfaringer fra rettingen av PISA-undersøkelsen. Disse oppgavene har jeg vurdert i forhold til kompetanseklasse og kontekstnivå (jfr. kap 3.4). Denne vurderingen er min og ikke nødvendig vis sammenfallende med vurderinger gjort i PISA-undersøkelsen. Jeg presenterer dette for å gi en oversikt i tabell 5.1. Rekkefølgen i tabellen er den samme som i min undersøkelse. Alle oppgavene er lukket etter min definisjon av åpne og lukkede oppgaver. Hvor åpen oppgavene er i forhold til valg av løsningsmetode varierer en del også inne i en oppgaveenhet. Det har jeg valgt å kommentere i presentasjonen av hver enkelt oppgave.

Tabell 5.1 Kompetanseklasser og kontekstnivå i PISA-undersøkelsen

Oppgave		Kompetanseklasse	Kontekstnivå
M136	Epler	1-2-2	2
M148	Kontinent	2	2
M037	Hustak	1-1	1
M179	Ran	2	1
M150	Vekst	1-2-2	2
M124	Skritt	1-1	1

Tabell 5.2 viser kompetanseklasse og kontekstnivå i min undersøkelse. Der oppgavene er uten kontekst har jeg latt rubrikken for kontekstnivå stå åpen.

Tabell 5.2 Kompetanseklasser og kontekstnivå i min undersøkelse

Oppgave		Kompetanseklasse	Kontekstnivå
1	Epler	1-2-2-1-1-1	
2	Kontinent	1-1-2	2
3	Hustak	1-1	
4	Ran	2	1
5	Vekst	1-1-1	
6	Skritt1	1-1	
7	Skritt2	1-1	

Oppgaveenhet 5 (vekst) i min undersøkelse har en annen rekkefølge på oppgavene enn vekstoppgavene har i PISA-undersøkelsen. Oppgaveenhet M124 i PISA-undersøkelsen ble delt i to oppgaveenheter i min undersøkelse, oppgaveenhet 6 og 7.

De tre første oppgavene fra PISA-undersøkelsen som jeg hadde med i min undersøkelse er frigitt slik at de kan publiseres. Oppgavene som skal være med i andre runde av PISA-undersøkelsen er ikke frigitt. Disse oppgavene kan ikke publiseres. Jeg har valgt å ha med alle oppgavene fra PISA-undersøkelsen i vedlegg og min undersøkelse i vedlegg. De oppgavene som er frigitt vil også være presentert i teksten. Noen av oppgavene som ikke er frigitt er forandret så mye i min undersøkelse at de kan trykkes, disse er presentert teksten i kursiv.

Jeg har nummerert elevsvarene i min undersøkelse. Det er gjort for at det skal være lettere å gå tilbake til den enkelte elevs besvarelse under arbeidet med kodingen og analysen av oppgavebesvarelsene. I tilfeller hvor jeg viser til enkelte elevers svar bruker jeg den samme nummereringen i denne presentasjonen .

Det er tre viktige forskjeller på min undersøkelse og PISA-undersøkelsen. Jeg har forandret noen av oppgavenes karakter ved å forandre oppgavekonteksten til oppgavene i PISA-undersøkelsen. Denne forandringen er hovedhensikten med min undersøkelse. Jeg har ønsket å se nærmere på hva konteksten i oppgavene har å si for elevenes besvarelse av oppgavene. Situasjonen oppgavene blir gitt under i min undersøkelse er en helt annen enn den elevene opplevde i PISA-undersøkelsen. Lengden på hele oppgaveheftet er mye kortere i min undersøkelse enn i PISA-undersøkelsen. Det er først og fremst forskjellen i oppgavekontekst mellom min undersøkelse og PISA-undersøkelsen jeg vil se på, men det er viktig å ikke glemme at også de to andre faktorene kan spille en viktig rolle

6. Mønster (M136)

Den første oppgaveenheten jeg hadde med i min undersøkelse var ”epleoppgaven” fra PISA. Det var flere ting ved denne oppgaven som jeg fant interessant. Matematikkoppgavene i PISA-undersøkelsen er ment å gi elevene realistiske problemer der matematikk blir brukt i hverdagslige, igjenkjennbare situasjoner. I denne oppgaveenheten kan derimot problemet virke konstruert og kvasi virkelig. Jeg valgte å fjerne historien om gartneren og gi oppgaven med en ren skolekontekst. Jeg har også lagt til noen ekstra spørsmål som er helt ”tradisjonelle” skole oppgaver, men med så likt som mulig matematisk problem med de opprinnelige spørsmålene i PISA-undersøkelsen. Jeg vil se på løsningsmetodene elevene velger i forhold til oppgaveteksten i denne oppgaven. Jeg vil også forsøke å sammenligne evnen til å løse oppgavene når hver elev har flere versjoner med den samme matematiske utfordringen. Spesielt oppgave 1b var vanskelig for norske elever i den formen den ble presentert i PISA-undersøkelsen.

6.1 Oppgave 1a

I den første oppgaven (M136Q01, se vedlegg) i denne oppgaveenheten skal elevene fylle ut en tabell med antall epletrær og nåletrær. Trærne er plantet etter et bestemt mønster som er vist ved tegnede figurer.

Elevene må først finne en hensiktsmessig måte å få talt opp antall epletrær og nåletrær i mønstrene. Så må de kunne telle eventuelt regne på den metoden de velger. Til slutt må eleven ”oppdage” mønsteret i de to tallfølgene for å finne det neste tallet, som ikke kan telles med mindre de selv tegner neste figur.

Oppgaven er forholdsvis konkret og burde ikke være spesielt vanskelig for de fleste. For å komme frem til riktig svar i siste ledd av tallfølgene må tabellen være riktig utfylt og det krever litt nøyaktighet fra eleven.

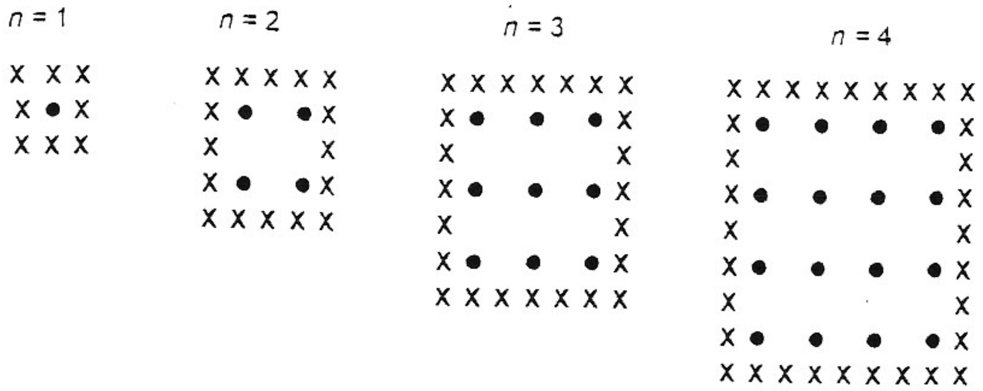
Under rettingen av PISA-undersøkelsen virket det som om denne oppgaven var relativt grei for norske elever så langt elevene kunne telle på figurene. Mange fant også et mønster i tallfølgene slik at de greide å finne det neste tallet i tallfølgene. Det ble gitt to poeng for riktig utfylt tabell. Med feil bare i én celle har elevene fått ett poeng.

Jeg har valgt å bruke den samme oppgaveteksten bortsett fra at mønsteret i min undersøkelse består av kryss og sirkler, og at det ikke er noen historie om bonden som planter epletrær og nåletrær i et mønster. Oppgaven har fått en helt matematisk kontekst. Oppgaveteksten i min undersøkelse er noe kortere enn i PISA-undersøkelsen, men det var ikke mye tekst i oppgaven slik den er presentert i PISA-undersøkelsen heller. Oppgaven i min undersøkelse måler den samme matematiske kunnskapen som originaloppgaven.

I min undersøkelse ble oppgave 1a presentert som følger:

Oppgave 1

Nedenfor ser du et diagram som viser et mønster av kryss og sirkler for ulike antall rader (n) av sirkler.



a. Fullfør tabellen:

n	Antall ●	Antall X
1	1	8
2	4	
3		
4		
5		

De kodene jeg har brukt er de samme som vi brukte i rettingen av PISA-undersøkelsen.

6.1.1 Koder jeg brukte i rettingen av oppgave 1a:

Full credit
Code 21: All 7 entries correct

Partial credit
Code 11: Correct entries for n=2,3,4, but ONE cell for n=5 incorrect or missing

Code 12: The numbers for n=5 are correct, but there is ONE error / missing for n=2 or 3 or 4

No credit
Code 01: Correct entries for n=2,3,4 but BOTH cells for n=5 incorrect

Code 02: Other responses

Code 99: Missing

tabell 6.1 Oppgave 1a

	Min undersøkelse		PISA	
Kode	Frekvens	Prosent	Frekvens	Prosent
21	64	57,1	492	35,5
11	14	12,5	184	13,3
12	1	0,9	20	1,4
01	20	17,9	300	21,7
02	12	10,7	334	24,1
99	1	0,9	55	4,0
total	112	100	1385	100

6.1.2 Kommentar til resultatet av oppgave 1a

Både i PISA-undersøkelsen og i min undersøkelse er svarprosenten god på denne oppgaven. I PISA-undersøkelsen er bare 4% av besvarelsene blanke, og i min undersøkelse er en besvarelse 0,9% blank (dvs. en elev i min undersøkelse). Denne oppgaven er slik at alle kan få til noe og den har en praktisk og konkret problemstilling. Det er ingen matematiske "fremmedord" i teksten verken i PISA-undersøkelsen eller i min undersøkelse.

Det er antallet elevsvar som har fått kode 21 og 02 som skiller seg ut i min undersøkelse i forhold til PISA-undersøkelsen. 57,1% har fått kode 21 i min undersøkelse mot 35,5% i PISA-undersøkelsen. 10,7% av besvarelsene i min undersøkelse har fått kode 02 mot 24,1% i PISA-undersøkelsen.

Kode 02 for andre feilsvar er en oppsamlingskode for besvarelser som ikke passer inn i de andre kodene. Jeg kan ikke vite hva slags feilsvar denne koden inneholder i PISA-undersøkelsen. Etter å ha deltatt i kodingen av PISA-undersøkelsen har jeg inntrykk av at elevene hadde en tendens til å kludre på oppgaver som de ikke svarer på i PISA-undersøkelsen. Disse elevene får kode 02 for andre feilsvar. I min undersøkelse har alle besvarelser med kode 02 på denne oppgaven, prøvd å finne en løsning.

Den ene eleven som har levert besvarelsen med denne oppgaven blank i min undersøkelse, har svart riktig på oppgave 1d. I oppgave 1d er det gitt to tallfølger, og elevene skal finne det neste tallet i tallfølgene. Matematisk er oppgavene meget like, men 1d er enklere siden de ikke trenger å fylle ut tabellen.

Det er den samme tendensen som i PISA når det gjelder fordelingen mellom kode 11 og kode 12 . Å finne riktig tall i de to nederst rubrikkene er det vanskelige i denne oppgaven. Har man først gjenkjent tallfølgene er det unøyaktighet fra eleven som resulterer i kode12.

På en del besvarelser er det skrevet ved siden av slik at vi ser hvordan det er eleven har funnet et mønster i tallfølgene. Siden det ikke er spurt etter dette i oppgaven er det heller ikke rimelig å kode slike funn. Jeg synes like vel det er verd å bemerke at det er endel elever som ser på differansen mellom leddene og dermed kjenner igjen tallfølgen med kvadrattall ved at den øker med stigende oddetall, og at økningen øker med to. En slik løsning tyder på at eleven ikke har noe bilde av kvadrattallene men har en strategi for å finne mønster i tallfølger. Å se på differansen mellom leddene i en tallfølge og så differansen mellom differansene igjen er en vanlig problemløsning strategi for å finne et mønster man kan bruke til å utvide tallfølgen.

6.1.3 Oppsummering

Det er påfallende stor bedring på besvarelsen av denne oppgaven i min undersøkelse sammenlignet med PISA-undersøkelsen. Det er mulig at de forskjellene i resultat som kommer frem kan komme av at denne oppgaven kom først i den første oppgaveenheten i min undersøkelse. I PISA-undersøkelsen varierer plasseringen av oppgavene i de ni forskjellige heftene. Det er også mindre kludder i besvarelsene i min undersøkelse. På dette spørsmålet var det ingen elever i min undersøkelse som kludret.

6.2 Oppgave 1b

Andre oppgave (M136Q02) i denne oppgaveenheten kan løses på flere måter. Eleven skal i PISA-undersøkelsen sin versjon av denne oppgaven finne verdien av *n* når det er like mange epletrær som nåletrær. Det var gitt formler som en ledetråd.

Oppgaven kan løses ved å sette opp utrykkene for antall epletrær og antall nåletrær som en likning og regne ut svaret ved å løse likningen. Andre metoder som kan føre frem er å prøve seg frem, ved å utvide tallfølgene i tabellen eller tegne utvidelser av mønsteret.

Denne oppgaven har et riktig svar, men det er flere løsningsmetoder som kan føre frem til riktig svar. Oppgaven er lukket men den er åpen med hensyn til valg av løsningsmetode.

Under arbeidet med kodingen virket det som elevene hadde problemer med denne oppgaven. Hintet som er gitt i PISA-undersøkelsen ser ikke ut til å lede norske elever nærmere en løsning. Utrykkene som er gitt som ledesnor virker styrende på valg av metode. Det er heller ikke et helt godt spørsmål hvis intensjonen er å gi problemer som skal være realistiske og hentet fra hverdagen. En bonde vil ikke få noe slikt hint i en hverdagssituasjon situasjon. Elevene blir i praksis prøvet i om de kan løse annengradsligninger.

Jeg vil se nærmere på elevenes evne til å løse problemet og om hintet har hindret dem i å komme frem til en løsning. På dette spørsmålet har jeg derfor forandret teksten fra PISA-undersøkelsen. Jeg valgte her å ta bort hintet med ligningen, men måtte da også forandre litt på teksten for å få det naturlig. Riktig svar er ikke lenger *8* som i PISA-undersøkelsen men *64 kryss og sirkler*.

Ordlyden til oppgave 1b i min undersøkelse er:

Hvis vi fortsetter å lage mønsteret større vil vi få en figur der antall kryss er lik antall sirkler. Hvor mange kryss og sirkler har vi når det er like mange i mønsteret?

Elevene står etter min mening i en mer realistisk situasjon når spørsmålet gis uten hint eller ledesnor. De må selv tenke ut en egnet måte å løse problemet på og da er det også større sjanse for at de velger en metode de behersker.

I denne oppgaven har jeg brukt de samme kodene som i PISA-undersøkelsen. Mens riktig svar i PISA-undersøkelsen er *8*, er det i min undersøkelse *64*. Jeg synes ikke det er problematisk å bruke den samme kodeformuleringen men bare bytte ut 8 med 64.

Jeg har lagt til tre koder, 01, 02 og 03. Jeg gjorde dette fordi det var så mange som hadde gjort et forsøk med en metode men ikke kom frem til riktig svar. Jeg finner det interessant å se på hvilke metoder som ikke fører elevene videre. Disse tre kodene tilsvarer kode 00 i PISA-undersøkelsen.

6.2.1 Koder jeg brukte i rettingen av oppgave 1b:

Full credit

Code 11: *64 sirkler og kryss,* algebraic method explicity shown.

Code 12: *64 sirkler og kryss*, no clear algebra presented, or no work shown

Code 13: *64 sirkler og kryss*, using other methods, e.g., using pattern expansion or drawing.

Code 14: As for code 11 (clear algebra), but gives both answers *64 OG 0*

Code 15: As for code 12 (no clear algebra), but gives both answers *64 OG 0*

No credit

Code 00: Other responses, including just the response n=0.

Code 01: *Utvider tabellen uten å komme frem til riktig svar*

Code 02: *Prøver å tegne uten å komme frem til riktig svar*

Code 03: *Andre feilsvar*

Code 99: Missing

Tabell 6.2 oppgave 1b

	Min undersøkelse		PISA	
Kode	Frekvens	Prosent	Frekvens	Prosent
11	0	0	1	0,1
12	24	21,4	166	12.0
13	19	17	5	0,4
00			260	18,8
01	2	1,8		
02	10	8,9		
03	16	14,3		
99	41	36,6	953	68,8
total	112	100	1385	100

6.2.2 Kommentar til resultatet av oppgave 1b

Kode 13 og 14 ble ikke brukt verken i PISA-undersøkelsen eller i min undersøkelse. Det kan være fordi norske elever ikke har lært å løse andregradslikninger, og ingen elever i min undersøkelse og bare én elev i PISA-undersøkelsen løser likningen ved å bruke en algebraisk riktig metode.

I denne oppgaven er det stor forskjell på svarene i PISA-undersøkelsen og i min undersøkelse. I PISA-undersøkelsen er det kode 12 som dominerer på ett poengs nivå. Elevene som har prøvd og har kommet til et riktig svar i PISA-undersøkelsen har stort sett enten sett at det må være 8 som er svaret, eller de har satt opp en ligning som de har løst og kommet frem til svaret 8, men de har ikke løst den på en algebraisk riktig måte.

Norske elever har bare løst lineære ligninger i ungdomsskolen i følge L97.

> *-arbeide mer med å formulere og løse likninger og ulikheter av første grad med en ukjent.*

(L97, s.197)

Norske elever har arbeidet med kvadratiske funksjoner og har i den sammenhengen muligens løst annengradslikninger grafisk.

> *-arbeide med proporsjonalitet og omvendt proporsjonalitet med lineære og kvadratiske funksjoner.*
>
> *-utnytte funksjonsbegrepet til å løse likninger og ulikheter grafisk.*

(L97, s.197)

Likninger og funksjoner er begreper elevene synes er vanskelig i 10 klasse. Det kan virke som synet av det matematiske uttrykket gjør spørsmålet vanskeligere. Mange elever prøver ikke en gang å løse oppgaven i PISA-undersøkelsen. Det er nesten dobbelt så stor prosent av elever som har levert blankt på denne oppgave i PISA-undersøkelsen (68,8%) enn i min undersøkelse (36,6%). Fordi det er så liten del av elevene som leverer blank på oppgave a i begge undersøkelsene, antar jeg at en del av denne forskjellen komme av forskjellen i oppgaveformuleringen. Den antydningen til formel som er gitt i PISA-undersøkelsen, har antagelig gjort oppgaven vanskeligere.

De elevene som leverte et forslag til løsning av denne oppgaven i PISA-undersøkelsen prøvde svært ofte å bruke ligningene, og mange kunne se svaret, men bare 1 elev (0,1%) løste spørsmålet på en algebraisk riktig måte i PISA-undersøkelsen. Det er 12,5% av elevene i PISA-undersøkelsen som har greid å komme frem til riktig svar n=8. I min undersøkelse er det 38,4% som har fått kode 12 eller 13. Kode 12 gis også til de elevene som ikke viser hvordan de kom frem til svaret. En stor andel av mine kode 12 elever viser ingen klar metode for hvordan de har kommet frem til svaret.

8,9% av elevene har fått kode 02 i min undersøkelse. De har valgt en metode som slett ikke er "feil", men elevene kommer ikke frem til riktig svar. Det er arbeidskrevende og krever stor nøyaktighet å tegne en utvidelse av mønsteret slik disse elevene gjør. Det er ikke overraskende at dette ikke fører frem. Ingen elever i min undersøkelse som har forsøkt å tegne en utvidelse, har kommet frem til riktig svar.

6.2.3 Drøfting av noen elevsvar oppgave 1b

Fordi det er stor forskjell i valg av løsningsmetode mellom elevsvarene i PISA-undersøkelsen og elevsvarene i min undersøkelse vil jeg presentere noen elevsvar for å belyse forskjellen. Ingen av mine 112 elever har forsøkt og løse problemet ved å sette opp en ligning og deretter løse den. Noen har satt opp n^2 og $8n$ men de er ikke stilt sammen som ligning.

I min undersøkelse er det mange elever som utvider rekkene fra forrige spørsmål videre til de kommer frem til samme verdi i begge rekkene. Dette er ikke en metode som er mye brukt i besvarelsene til elevene fra PISA-undersøkelsen. Bare 5 elever av 1385 totalt har fått kode 13 i PISA-undersøkelsen.

Nr 18 (Kode 13)
Kryss stiger med 8. 40-48-56-64

5·5=25 25+11=36 36+13=49 49+15=64

64 kryss og 64 sirkler

Løsningen til elev nr 18 meget typisk i min undersøkelse når jeg ser bort fra alle som ikke viser noen klar metode. Eleven har sett at "stigningen øker med to" for hvert ledd og utvider tallfølgen med kvadrattall ved å legge til oddetallene i stigende rekkefølge.

Nr 110 (Kode 12)
Sirkler = n^2 *Kryss = 8n*

Hvis n = 8 er det 64 kryss og 64 sirkler.

Løsningen til elev 110 er ikke typisk for svarene i min undersøkelse. Det er bare tre elever totalt som har satt opp en slik sammenheng mellom n og antall kryss og sirkler. Eleven får kode 12. I PISA-undersøkelsen er det mange svar av denne typen.

6.2.4 Oppsummering

Det virker som om resultatet av et hint i oppgaveteksten som i PISA-undersøkelsen, er at dette hintet hindrer dem i å se egne mulige måter å finne en løsning på.

Matematikk er et fag som en kan få inntrykk av har en riktig løsningsmetode på enhver oppgave. Matematikkoppgaver i skolen har ofte vært utformet slik at eleven skal vise riktig metode og føring av oppgavene. Stor fokusering på den matematisk korrekte løsningen og føringen av matematikkoppgaver kan hindre en del elever i å tenke selv, og å prøve alternative metoder. Når matematikkoppgaver gis med en ledetråd vil de fleste elever oppfatte det som en riktig måte å løse oppgaven på, og alternative metoder blir ikke vurdert eller oppfattet som brukbare.

Resultatet av min undersøkelse tyder på at hintet har virket som et hinder for å se andre metoder å løse oppgaven på for eleven i PISA-undersøkelsen. Elevene oppfatter oppgaven som en rutineoppgave som skal løses etter et bestemt mønster, og de gir opp når det virker ukjent og vanskelig. Løsningsmetoden er ikke åpen for eleven, den oppfattes som lukket. Elever som ikke forstår hintet eller sliter med likninger og algebra gir lett opp uten å prøve andre fremgangsmåter.

I min undersøkelse er oppgaven uten hint. Elevene må selv velge en fremgangsmåte. Elevene oppfatter antagelig vis oppgaven som en problemløsningsoppgave og vet at den antageligvis har mer enn én gyldig løsningsmetode.

6.3 Oppgave 1c

I den tredje oppgaven (M136Q03) skal elevene finne ut hva som øker raskest av antall epletrær og antall nåletrær når mønsteret utvides, og så skal de forklare hvordan de kom frem til svaret.

Denne oppgaven var dårlig besvart i PISA-undersøkelsen. Av elevene som svarte på oppgaven var det mange som tok feil eller ikke hadde noen gyldig forklaring. Et svar som ble gitt i PISA-undersøkelsen var "epletrær, for de har pollen". Det var flere svar av denne typen, og det kan tyde på at elevene ikke var sikre på om det er et matematikk eller naturfag spørsmål de svarer på.

I min undersøkelse er dette spørsmålet er helt likt med spørsmålet i PISA-undersøkelsen, bortsett fra at jeg ikke bruker epler og nåletrær men kryss og sirkler. Elevene skulle vise hvordan de kom frem til svaret.

Ordlyden på oppgave 1c i min undersøkelse er:

Tenk deg at vi fortsetter mønsteret slik at det blir mye større. Hva vil øke raskest: antall kryss eller antall sirkler? Forklar hvordan du kom frem til svaret.

Denne oppgaven er naturlig å ha med for å se på valgt av metode i forhold til den foregående oppgaven. Selv om denne oppgaven ikke er mye forandret er oppgaveenheten den presenteres i annerledes.

Elevene står her helt fritt i valg av metode på denne oppgaven. For å få to poeng må riktig svar ha en gyldig begrunnelse. Ett poeng gis hvis begrunnelsen er upresis eller ikke generell.

Kodene jeg brukte på denne oppgaven er de samme som i PISA-undersøkelsen bortsett fra at epler og nåletrær er byttet ut med kryss og sirkler.

6.3.1 Koder jeg brukte i retting av oppgave 1c

Full credit

Code 21:Correct response *(sirkler)* accompanied by a valid explanation[4].

Partial credit

Code 11: Correct response *(sirkler)* With SOME evidence that the relationship between n^2 and 8n is understood, but not clearly expressed as in Code 21.

---

[4] Under kodingen av PISA-undersøkelsen fikk elever som begrunnet med ”…fordi økningen øker med 2” kode 21.

Code 12: Correct response *(sirkler)* based on specific examples or based on extending the table

No credit
Code 01: Correct response *(sirkler)* with no, insufficient or wrong explanation.

Code 02: Incorrect responses implying that the number of *kryss* will increase more quickly.

Code 03: Other incorrect responses

Code 99: Missing

Tabell 6.3 oppgave 1c

	Min undersøkelse		PISA	
Kode	Frekvens	Prosent	Frekvens	Prosent
21	27	24,1	86	6,2
11	2	1,8	49	3,5
12	5	4,5	59	4,3
01	23	20,5	145	10,5
02	20	17,9	441	31,8
03	3	2,7	73	5,3
99	32	28,6	532	38,4
total	112	100	1385	100

6.3.2 Kommentarer til resultatet av oppgave 1c

Elevenes løsninger på denne oppgaven er påvirket av metoden eleven har valgt i forrige oppgave.

Det er stor forskjell på antall elever i de to undersøkelsene som har fått kode 21 i denne oppgaven. Når mange flere elever greier å løse oppgave 1b er det naturlig at det er flere elever som får til oppgave 1c. Det viste seg at jeg har en helt annen type svar i min undersøkelse enn det som er dominerende for kode 21 i PISA-undersøkelsen. Svarene i min undersøkelse er språklige forklaringer på økningen i de to tallfølgene. Elevene bruker et hverdagsspråk, og trekker i liten grad funksjonene x^2 og 8x inn i begrunnelsen de kommer med.

Det er forholdsvis stor forskjell på antall elever som får kode 02 i de to undersøkelsene,17,9% i min undersøkelse og 31,8% i PISA-undersøkelsen. Elevene som har fått denne koden, har svart feil. Elevene skriver at nåletrær/kryss øker mest. Det er mulig at denne forskjellen kommer av at flere elever greier å fullføre tabellen i den første oppgaven i min undersøkelse enn i PISA-undersøkelsen.

Antall blanke besvarelser er også flere i PISA-undersøkelsen (38,4%) enn i min undersøkelse (28,6%) på dette spørsmålet. Det er en naturlig konsekvens av at foregående spørsmål er bedre besvart i min undersøkelse.

Som også rettingen av PISA-undersøkelsen gav inntrykk av virker det ikke som norske elever har mye trening i å uttrykke matematikk med ord på et matematisk språk. Mange besvarelser er hjelpeløse i sitt forsøk på å formulere hva de ser. Dette er et problem under kodingen av svarene. En kan ane at en elev kanskje har tenkt riktig, men svaret er for vagt til at det gir godt nok svar på oppgaven. Under retting av slike oppgaver er det stadig et problem å definere grensen mellom koder, hva som er en god nok forklaring og hva som ikke kan godtas.

Jeg presenterer noen elevsvar fra min undersøkelse for å vise hvordan svarene som fikk kode 21 i min undersøkelse er.

6.3.3 Eksempler på elevsvar oppgave 1c

Nr 111 (Kode 21)
"Antall sirkler øker raskest fordi antallet øker mer og mer, mens antallet kryss øker like mye hver gang."

Nr 110 (Kode 21)
"Sirkler vil øke raskest fordi det hele tiden er n^2, og siden n kan være veldig mye større enn 8 vil ikke kryss øke så fort."

Nr 21 (Kode 21)
"Antall sirkler fordi antall kryss øker hele tiden med 8, mens sirkler øker mer og mer for hver gang."

Nr 47 (Kode 21)
"Antall sirkler vil øke raskest fordi de øker med en mer enn forrige gang hver gang."

Nr 44 (Kode 21)
"Sirkler fordi kvadrattallet øker mer mens 8 tallet for krysset er konstant."

Nr 76 (Kode 21)
"Antall sirkler.

Antall kryss øker konstant med åtte for hver gang, mens veksten av sirkler går raskere for hver gang. På et eller annet tidspunkt vil antall sirkler gå forbi kryss."

Disse elevsvarene har jeg plukket ut fordi de er representative for svarene som fikk kode 21 i min undersøkelse. Elevene formulerer med ord og hverdagsspråk hva de ser skjer med de to tallfølgene. Disse elevsvarene er klare og det er ikke vanskelig å se at eleven har forstått oppgaven. Det elevene skriver er riktig og må etter min vurdering gi kode 21.

Nr 66 (Kode 11)
"Antall sirkler fordi 9*9 er mer enn 8*9."

Elevbesvarelse nr.66 er ikke et godt nok svar på spørsmålet. Begrunnelsen er ikke generell. Eleven har fått kode 11. Jeg tar med denne besvarelsen fordi det er en av svært få besvarelser som refererer til forholdet mellom 8x og x^2 på forrige spørsmål. Svaret til denne eleven på spørsmål 1b viser at eleven egentlig har forståelse for økningen i tallfølgene.

Eleven svarte *"Antall kryss følger åttegangen og antall sirkler er n^2. Derfor er antall kryss og sirkler likt når n = 8 og det er da 64 kryss og 64 sirkler."*

Jeg mener denne eleven viser at han har kunnskap nok til å løse problemet Han har forståelse for hva som er riktig svar og hvorfor, men han formulerer seg ikke godt nok på spørsmål 1c til at koden han får viser det. En del besvarelser av denne typen kan man regne med blir plassert i feil kategori, fordi et kodesystem ikke er fleksibelt når det er menge rettere og kodene skal følges slavisk.

6.4 Oppgave 1d

Oppgave 1d var ikke med i PISA-undersøkelsen. I min undersøkelse ble oppgaven presentert som følger:

d. Her er to tallrekker med 4 ledd. Hva blir det 5. leddet i hver rekke?

7	1
14	4
21	9
28	16

Denne oppgaven ligner på 1a. Begge oppgavene ber elevene om å finne et mønster i to rekker med tall og så skrive det neste leddet.

Forskjellen i oppgavene ligger i konteksten og arbeidet med å fylle ut tabellen.

Jeg ønsket med denne oppgaven å se hvor mange som greier å kjenne igjen mønsteret i tallfølgene. Det er interessant å se om det er like vanskelig for elever å se et slikt mønster når tabellen er fylt ut på forhånd og de bare skal finne det femte leddet.

Elevene må selv velge løsningsmetode. De får ingen figur de kan utvide og sitter bare med to rekker med tall som de skal finne det neste leddet i.

Noen elever kan kanskje ha fordel av det. Spørsmålet blir ryddigere. Elever som i oppgave 1a valgte å tegne en utvidelse av mønsteret for å finne det femte leddet må velge en annen metode. Det er heller ingen sjanse for at de gjør en telle eller regne feil tidligere i oppgaven og på grunn av det kommer feil ut.

Jeg har ikke kodet elevsvarene i denne oppgaven. Jeg har skrevet inn det tallet som eleven har skrevet i sin besvarelse. Jeg har brukt to koder, en kode for blank besvarelse i begge rekkene og en kode for blank i den ene rekken.

Kode 99 er for de elevene som har svart blankt på begge rekkene.

Kode 90 har jeg gitt hvis rekken var blank, men det er svart på den andre rekken.

Jeg har ingen elevbesvarelser med uleselig svar eller kludder, så jeg trenger ingen kode for andre feilsvar.

Tabell 6.4 oppgave 1d – første rekke

Svar	Frekvens	Prosent
32	1	0,9
35	101	90,2
36	1	0,9
39	1	0,9
90	1	0,9
99	7	6,3

Tabell 6.5 oppgave 1d – andre rekke

Svar	Frekvens	Prosent
20	1	0,9
22	1	0,9
23	1	0,9
24	3	2,7
25	81	72,3
27	2	1,8
28	1	0,9
30	1	0,9
33	1	0,9
35	1	0,9
36	1	0,9
90	11	9,8
99	7	6,3

6.4.1 Kommentar til resultatet av oppgave 1d

Av resultatet er det tydelig at følgen som utvides med 7 for hvert ledd er enklere enn følgen av kvadrattall.

I oppgave 1d har alle elevene fått like rekker. Det er 81 av 112 elever som finner det femte leddet i begge tallfølgene. Det vil si 72,3%. Hvis jeg ser bort fra de 7 besvarelsene der begge rekkene er blanke, har 81 av 105 elever har greid å utvide tabellen for n=5. Det vil si 77,1% av elevene. Svarfrekvensen på denne oppgaven er betydelig høyere enn på de to foregående oppgavene, så jeg antar at denne oppgaven har virket forholdsvis enkel.

6.5 Oppgave 1e

Oppgave 1e var ikke med i PISA-undersøkelsen. Oppgaven var:

Hvor mange ledd må hver av rekkene ha før verdien av det siste leddet blir den samme for begge rekkene?

Denne oppgaven er ment å gi sammenligningsgrunnlag med 1b. Som oppgave 1d, har denne oppgaven også en ren matematisk kontekst. Elevene skal finne ut når de to tallfølgene har samme verdi i begge rekker. Oppgaveformuleringen leder elevene til å utvide tallfølgene videre til de ser at tallfølgene får samme verdi. På denne oppgaven kan man komme frem til riktig svar med forskjellige fremgangsmetoder som i oppgaven 1b, men en naturlig løsning er å utvide tallfølgene. I oppgave 1a er det gitt et algebraisk uttrykk for hver av rekkene som kan brukes til å utvide følgene i 1b. Det er ikke gitt noen slike algebraiske uttrykk til denne oppgaven.

Oppgaven kunne vært formulert bedre. Riktig svar er 7 ledd, men elever med svaret 2 har også fått riktig siden det er to ledd til som må legges til.

Jeg ser i ettertid at oppgaven kan forståes som at den spør etter ”antall ledd før de blir like”. Hadde jeg hatt elever som svarte 6 eller 1 ville jeg måttet velge en tolkning av disse svarene. Det problemet dukket heldig vis ikke opp.

Jeg har også i denne oppgaven valgt å skrive inn elevens faktiske svar. Kode 0 er brukt for svar som ikke kan tydes som tall, eller bare er skriblerier. Kode 99 har jeg brukt der oppgaven er blank.

Tabell 6.6 oppgave 1e

svar	Frekvens	Prosent
0	11	9,8
2	7	6,3
3	1	0,9
5	1	0,9
7	55	49,1
8	5	4,5

10	1	0,9
99	31	27,7
Total	112	100

6.5.1 Kommentar til resultatet av oppgave 1e

Det er større svarprosent i denne oppgaven enn i 1b. Dette har selvsagt også sammenheng med antall elever som får riktig svar i spørsmål 1a og 1d siden de er en forutsetning for å få til 1b og 1e.

12,1% har greid å finne svaret i PISA-undersøkelsen på oppgave M136Q2 og 38,4% har riktig svar på spørsmål 1b i min undersøkelse. 55.4% Har fått riktig svar på spørsmål 1e.

6.6 Oppgave 1f

Oppgave 1f var ikke med i PISA-undersøkelsen. Oppgaven var:

Løs likningen $6n = n^2$

For elever som er vant med løsning av andregradslikninger er dette ingen vanskelig oppgave. De fleste norske elever som er med i undersøkelsen har ikke løst andregradslikninger tidligere. For dem vil oppgaven nærmest bli en problemløsningsoppgaven.

Det var interessant å se hvor mange av elevene i min undersøkelse som kunne løse en andregradslikning. Likningen er valgt slik for å være så nær hintet i oppgave M136Q2 som mulig uten å bruke de samme uttrykkene. Jeg har også valgt å holde meg borte fra 7-rekkene som er brukt i 1d og 1e, for at elevene i størst mulig grad skal løse andregradslikningen på med en algebraisk riktig metode i den grad de kan det, uten å se svaret av oppgaver de har løst tidligere

Likningen er ikke god som en generell andregradslikning. En kan løse likningen å få riktig svar uten å løse likningen algebraisk riktig. En del elever er også i stand til å se svaret uten å løse likningen. For å sammenligne med 1b og PISA-undersøkelsen synes jeg det var mest interessant å ha den så lik som mulig med hintet i oppgave M136Q2 i PISA-undersøkelsen.

Jeg har brukt de samme kodene på denne oppgaven som i oppgave 1b. Kodene er bare forandret slik at *64 kryss og sirkler* er byttet ut med *6*. Jeg har også tatt med resultatene fra oppgave M136Q2 i PISA-undersøkelsen og oppgave 1b i min undersøkelse i frekvenstabellen for denne oppgaven.

I min undersøkelse er det egentlig bare kode 14 og 15 som er riktig svar fordi n=0 også er en løsning av likningen når konteksten om mønsteret er borte.

6.6.1 Koder jeg brukte i rettingen av oppgave 1f (og 1b):

Full credit

Code 11: *6,* algebraic method explicity shown.

Code 12: *6*, no clear algebra presented, or no work shown

Code 13: *6*, using other methods, e.g., using pattern expansion or drawing.

Code 14: As for code 11 (clear algebra), but gives both answers *6 OG 0*

Code 15: As for code 12 (no clear algebra), but gives both answers *6 OG 0*

No credit

Code 00: Other responses, including just the response n=0.

Code 01: *Utvider tabellen uten å komme frem til riktig svar*

Code 02: *Prøver å tegne uten å komme frem til riktig svar*

Code 03: *Andre feilsvar*

Code 99: Missing

tabell 6.7 oppgave 1f

	Min undersøkelse- 1f		Min undersøkelse- 1b		PISA	
Kode	Frekvens	Prosent	Frekvens	Prosent	Frekvens	Prosent
11	0	0	0	0	1	0,1
12	22	19,6	24	21,4	166	12.0
13	2	1,8	19	17	5	0,4
00					260	18,8
01			2	1,8		
02			10	8,9		
03	33	29,5	16	14,3		
99	55	49,1	41	36,6	953	68,8
total	112	100	112	100	1385	100

6.6.2 Kommentar til resultatet av oppgave 1f

Svarprosenten er ca 50% på oppgave 1f. I forhold til andelen blanke besvarelser på oppgave 1b og oppgave M136Q2 i PISA-undersøkelsen er svarprosenten på 1f midt i mellom. Flere elever har forsøkt å løse oppgave 1f enn oppgaven i PISA-undersøkelsen.

Med tanke på at norske elever ikke har lært å løse andregradslikninger i ungdomsskolen, er det ikke overraskende at de ikke løser denne ligningen på en algebraisk riktig måte. De fleste av de som forsøker seg ser svaret etter å ha dividert med n på begge sider av likhetstegnet. Ingen elever har med n=0 i løsningen. Jeg har valgt å ta med noen av elevsvarene for å

6.6.3 Eksempler på elevsvar i min undersøkelse:

Nr. 4 (Kode 12)
$6n = n^2$, $6 \cdot n = n \cdot n$, $n = 6$

Nr. 51 (Kode 0)
$6 = n^2 - n$, $6 = n$

Nr. 75 (Kode 0)
6 eller -6

Elev nummer 4 er en typisk besvarelse i min undersøkelse for elever med kode 12 på denne oppgaven. I PISA-undersøkelsen var også denne måten å løse problemet på vanlig for de elevene som benyttet seg av hintet.

Elev nummer 51 har jeg gitt kode 0. Denne besvarelsen er et godt eksempel på hvordan oppgaven kan løses galt men få riktig svar. Elever som bare skriver et svaret og ikke viser metode kan ha brukt helt feil løsningsmetode for å komme frem til svaret.

Elev nummer 75 er den eneste som har med -6 og har fått kode 0. Eleven har begrep om at multiplikasjon med negative tall gir positivt svar og at -6^2 er positivt. Men eleven kombinere ikke med hensyn til løsning av ligningen.

Ingen elever har som nevnt tidligere med n = 0 som svar i min undersøkelse, og det er helt tydelig at annengradslikninger ikke er noe norske elever behersker.

6.7 Oppsummering av mønster-oppgaven

Hensikten med å ha med denne oppgaven var et ønske om å se nærmere på elevenes løsningsmetode og evne til å løse oppgaven når oppgave konteksten forandres. Norske elever skåret dårlig spesielt på oppgave M136Q2 i PISA-undersøkelsen.

Den første av oppgavene i denne oppgaveenheten er forholdsvis godt besvart i både PISA-undersøkelsen og i min undersøkelse. Spørsmålet er også forholdsvis likt i de to undersøkelsene. Det er få blanke besvarelser i begge undersøkelsene. I min undersøkelse er det flere elever som har greid å løse oppgaven enn PISA-undersøkelsen, og flere elever har fått koden for andre feilsvar i PISA-undersøkelsen enn i min undersøkelse.

I oppgave 1d har jeg gitt elevene to tallfølger, og bedt dem finne det femte leddet. Det viser seg å være lettere å utvide tallfølgene når de er gitt på forhånd. Jeg har sammenliknet resultatet på oppgave 1a og 1d. Jeg synes det er interessant å se på hvor mange som fikk kode 21 av de som greide å fylle ut tabellen riktig i oppgave 1a. Totalt 98 elever har i oppgave 1a greid å fylle ut tabellen riktig for n=2,3 og 4. 64 Elever av disse har greid å fylle ut tabellen for n = 5. Det er 65.3% av 98 elever.

Tabell 6.8 sammenlikning av oppgave 1a og 1d

Oppgave 1d Besvarelser med begge tallfølgene riktig	Oppgave 1a Besvarelser med kode 21	Oppgave 1a Besvarelser med riktig tabell for n=2,3 og 4	Oppgave 1a Besvarelser med kode 21 av besvarelsene med riktig tabell for n=2,3 og 4
77,1% av 105	57,7% av 111	88,3% av 111	65,3% av 98

Jeg ser bort fra blanke besvarelser når jeg sammenlikner disse to oppgavene i tabell 6.8. Det går frem av tabell 6.6 at det er flere elever som greier å utvide tallfølgene når de er gitt på forhånd i forhold til når de måtte fylle ut tabellen selv. Flere elever i min undersøkelse prøver å utvide tabellen i oppgave 1a ved å tegne en utvidelse. I denne oppgaven er ikke valget av metode for å løse oppgaven så åpent som i oppgave 1a. Elevene kan selv finne en metode til å utvide tallfølgene, men de har ingen figur de kan telle på. Fjerningen av figuren har tatt bort en av metodene som ikke førte frem for de elevene som brukte den.

Det er i den andre oppgaven at min forandring med oppgaven har størst innvirkning på elevenes svar. I denne oppgaven er det i hovedsak fjernet en hentydning til løsningsmetode som skulle hjelpe elevene til å løse problemet. Mitt utgangspunkt var at denne hentydningen ikke var til noen hjelp, men heller var forvirrende og gjorde oppgaven vanskeligere for elevene.

Elevenes svar på denne oppgaven viser at elevene bruker andre metoder i min undersøkelse enn elevene i PISA-undersøkelsen når de forsøker å løse dette problemet. Elevene i min undersøkelse prøver også i større grad å løse problemet enn elevene i PISA-undersøkelsen der flere av elevene leverer blank på denne oppgaven. Det synes som om elevene blir bunnet av hentydningen som er gitt i PISA-undersøkelsen. I min undersøkelse viser elevene evne til å bruke flere metoder. 38,4% Av elevene har kommet frem til riktig svar i min undersøkelse mot 12,5% i PISA-undersøkelsen.

I min undersøkelse er det som i PISA-undersøkelsen flest elever som får kode 12 på oppgave1b. Denne koden er gitt til elever som løser oppgaven ved hjelp av uttrykkene 8n og n^2 men ikke på en algebraisk riktig måte, eller som ikke viser noen metode i det hele tatt men bare skriver riktig svar. I PISA-undersøkelsen setter svært mange av elevene som har forsøkt å svare opp uttrykkene fra hintet i oppgaven. Noen prøver å løse det som en likning og andre ser at svaret er 8 bare ved å sette opp uttrykkene. Andre eleven skriver bare tallet 8 og vi vet dermed ingen ting om hvordan eleven har kommet frem til svaret. På grunn av at denne koden for riktig svar inneholder både elever som prøver å løse med utrykkene 8n og n^2 og elever som ikke viser noen fremgangsmåte er det vanskelig å si noe sikkert om hvordan elevenes løsningsmetode har vært i PISA-undersøkelsen der 96,7% av de som har løst spørsmålet har fått kode 12. Jeg kan bare referere til det jeg mener var typiske svar under kodingen av PISA-undersøkelsen. I min undersøkelse har jeg mulighet til helt nøyaktig å finne ut hva hver enkelt elev har svart og innholdet i kodene kan bli mer presist. I min undersøkelse er det bare tre av tjuefire elever som har satt opp en sammenheng mellom n og antall kryss og sirkler. Resten av elevene i min undersøkelse som har fått kode 12 viser ikke klart hvordan de har tenkt for å komme frem til riktig svar.

Den store forskjellen i resultat mellom min undersøkelse og PISA-undersøkelsen er elevene som får kode 13 på oppgave 1b. Denne koden ble gitt til elever som har løst problemet ved å utvide tabellen, tegne en utvidelse av mønsteret eller ved andre metoder som ikke kommer under kode 11 eller kode12. Det viser seg at alle elevene som har fått kode 13 i min undersøkelse har utvidet tabellen ved å utvide tallfølgene til de har ledd med lik verdi. Av de elevene som har prøvd å utvide tallfølgene ved å tegne mønsteret har ingen kommet frem til riktig svar.

Oppgave 1e er gitt som en helt matematisk utgave av oppgave 1b. Elevene skal finne ut hvor mange ledd tallfølgene må ha før leddet i begge tallfølgene har samme verdi. 55,4% Av elevene kommer frem til riktig svar i oppgave 1e. Det kan være en sammenheng med at flere elever får riktig svar i oppgave1d enn i oppgave 1a. Ser vi på andelen av elever som greier å løse 1b og 1e av de som løste 1a og 1d riktig, ser vi at forskjellen egentlig er liten. Bare 9,3% flere får til oppgaven når hverdagskonteksten er fjernet og oppgaven er formulert med skolekontekst. Oppgave 1a ble løst riktig av 64 elever. 43 Av disse elevene løste 1b riktig. Det er 67,2% av elevene som har riktig på 1a og får til 1b. Spørsmål 1d ble løst riktig av 81 elever. 62 av disse løste 1e riktig. Det er 76.5% av elevene som har riktig på 1d og får til 1e.

Oppgave 1f er en annengradslikning lik hentydningen som ble gitt i oppgave M136Q2 i PISA-undersøkelsen. Det er omtrent like mange besvarelser med kode 12 i denne oppgaven som i oppgave 1b. (er det de samme elevene som har fått kode 12 i begge oppgavene??)

Jeg mener at elevene i denne oppgaven viser at de ikke greier å kombinere matematikk kunnskapene sine med dagliglivet slik vi ønsker at de skal. Elevene "eier" ikke begrepene i matematikk som en naturlig del av sin kunnskap. Det vil si at matematiske begreper ikke kombineres med elevens egne erfaringer. Når et problem skal løses, får elevene det til ved å bruke sine erfaringer. Elevene tenker seg frem til en logisk løsning hvor matematiske begreper ikke er en naturlig del. Oppgaven blir vanskelig når matematikk blandes med hverdagskontekst og skal brukes for å løse et problem. Elevene føler seg bunnet av en matematisk hentydning fordi det gir dem følelsen av at det er den riktige måten å løse oppgaven på. Hintet er styrende for valg av løsningsmetode.

Oppgavene med skolekontekst er enklere å få til for elevene. I disse oppgavene er det ikke et problem som skal løses, men en oppgave som skal regnes med algoritmer som er gitt og kjent for elevene. Også oppgave 1f som elevene ikke har algoritmer for å løse har fått flere til å prøve seg enn oppgaven i PISA-undersøkelsen der likningen er gitt som et hint.

I oppgave M136Q2 i PISA-undersøkelsen har ikke elevene greid å se sammenhengen mellom hverdagskonteksten og det matematiske uttrykket i oppgaven. Det er mulig at det var en uheldig blanding av matematikk og problemløsning som gjorde at denne oppgaven virket vanskelig for norske elever i PISA-undersøkelsen. Spesielt har hintet i oppgaven gitt føring på elevenes svarmønster og vært et hinder for mange når oppgaven skulle løses.

I denne oppgaveenheten har bruken av hverdagskontekst i blanding med matematikk virket vanskeligere enn en oppgave med skolekontekst. Det ser ut til at elevene synes det er enklere med rene matematiske fremstillinger fremfor problemer med tekst og matematisk hint, selv om de ikke har lært algoritmer for å løse problemet.

7. Kontinent areal (M148)

Oppgaveenheten består bare av to oppgaver i PISA-undersøkelsen. I den første oppgaven skal elevene finne avstanden mellom to punkter på kartet ved hjelp av målestokken som er gitt. Oppgaven er en flervalgsoppgave med fire svaralternativer. Denne oppgaven har jeg ikke tatt med i min undersøkelse.

I denne andre oppgaven skal elevene gjøre et overslag over arealet av Antarktis ved hjelp av kartet og målestokken som er gitt. Målestokken er gitt ved en påtegnet ”linjal” på kartet over Antarktis. Eleven må måle opp de lengder som er nødvendig for å regne ut arealet og svaret skal oppgis i riktig målestokk.

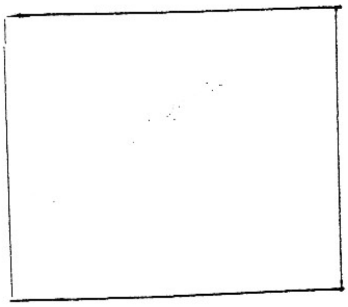
Slik oppgaven er gitt i PISA-undersøkelsen har elevene frihet til å løse utfordringene i den rekkefølge de ønsker. Oppgaven har et riktig svar og er derfor en lukket oppgave. Det er flere måter å komme frem til riktig svar på i denne oppgaven. Oppgaven hører til under kompetanseklasse 2 i PISA-undersøkelsen. Elevene må hente informasjon fra kartet og bruke kunnskap om lengder, areal av geometriske figurer og målestokk i løsningen av oppgaven.

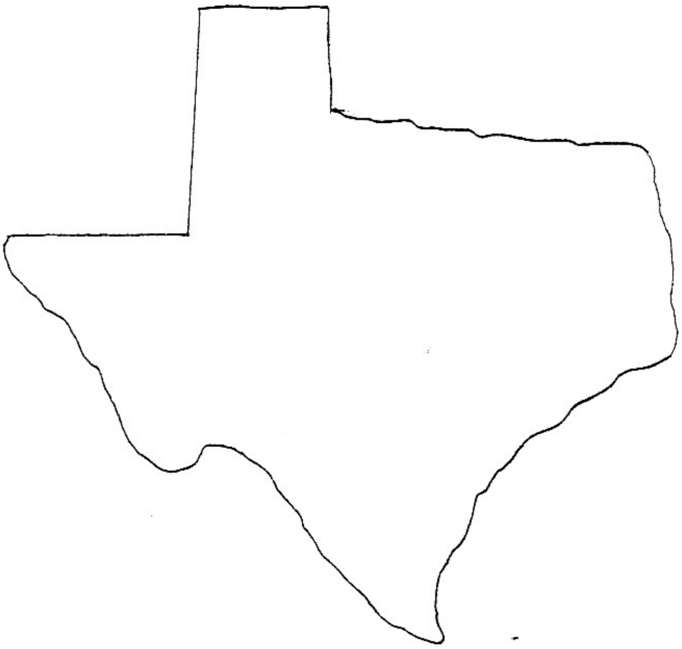
Under kodingen av PISA-undersøkelsen fikk vi inntrykk av at denne oppgaven var vanskelig. Det var mange blanke besvarelser i PISA-undersøkelsen og mange oppgaver med feil eller ufullstendig svar.

Jeg vil se på hva det er som gjør at denne oppgaven oppfattes som vanskelig av elevene i PISA-undersøkelsen. Jeg vil se på hva elevene får til, og hva elevene ikke får til. I PISA-undersøkelsen står de fritt til å for eksempel gjøre om til riktig målestokk før eller etter at arealet regnes ut. Jeg har valgt å dele opp oppgaven i min undersøkelse. Jeg har delt oppgaven i tre deloppgaver. Elevene blir ledet igjennom oppgaven og må følge min fremgangsmåte. Utfordringene elevene møter blir ikke så mange på en gang i min undersøkelse. Elevene har ikke frihet til å velge fremgangsmåte selv. I min undersøkelse kan enkelte elever velge uhensiktsmessige metoder i de første deloppgavene i oppgaven, hvis de ikke leser igjennom alle spørsmålene før de begynner. På den måten kan oppgaven bli vanskeligere fordi eleven ikke har full oversikt over hele oppgaven før de velger strategi.

I min undersøkelse ble oppgave 2 presentert som følger:

Oppgave 2





a. Beskriv en metode for å beregne arealet av figurene. (Du kan tegne på figuren hvis det hjelper deg)

b. Gi et overslag over arealet av figurene i cm.

c. Dette er omrisset av to Amerikanske stater. Regn ut arealet av disse to statene ved hjelp av målestokken 1: 12 000 000

7.1 Oppgave 2a

Ordlyden på oppgave 2a i min undersøkelse er:

Beskriv en metode for å beregne arealet av figurene. (Du kan tegne på figuren hvis det hjelper deg)

Jeg ønsker at elevene skal tenke seg en mulig metode å beregne et areal av kontinentene på. Denne oppgaven er åpen. Det finnes mange måter å beregne dette arealet på og det er derfor ikke bare et svar som er riktig på denne oppgaven. Denne oppgaven vurderer jeg til å være i kompetanseklasse 1. Oppgaven er enkel og krever bare gjenkjenning av geometriske figurer.

Jeg har brukt PISA-undersøkelsen sine koder for måten denne beregningen foregår på. I tillegg har jeg lagt til to koder for å fange opp elevsvar jeg syntes var interessante i min undersøkelse. Jeg skiller ikke mellom elever som angir en metode, men som ikke har riktig svar på de neste spørsmålene. I dette spørsmålet er det bare metoden som er interessant i min undersøkelse. Elevene skal beskrive en metode for å beregne arealet av to landområder. Landområdene er representert ved sine respektive kartprojeksjoner i målestok 1:12 000 000. Det første landområdet er vist som omrisset av Wyoming, som nesten er helt rektangulær. Den andre figuren er vist som omrisset av Texas. Jeg vil påstå at alle elever i 10 klasse i norsk skole kan regne ut arealet av et rektangel, så arealet av Wyoming skulle alle kunne svare på i denne oppgaven. Omrisset av Texas er en asymetrisk figur og det vil antagelig være vanskeligere for elevene å beregne arealet av denne figuren. Jeg vil i resten av denne oppgaven vise til kartprojeksjonene som bildet av henholdsvis Texas og Wyoming.

Noen få av mine elevbesvarelser har gitt en metode for å finne arealet av bildet av Texas men ikke av bildet av Wyoming. Jeg har valgt å overse dette i denne oppgaven som en glipp og kodet for arealet av bildet av Texas siden det er her metoden varierer. Bildet av Wyoming ser jeg på som en redningsplanke for at alle skal kunne få til noe på spørsmål 2b og 2c selv om metoden de bruker for å beregne arealet av bildet av Texas blir for vanskelig i praksis. Det kommer jeg tilbake til ved presentasjon av disse oppgavene.

I PISA-undersøkelsen er det kodet for måten elevene estimerer arealet av Antarktis både på ett poengs nivå og to poengs nivå. Ett poeng ble gitt der elevens svar var uten for et akseptabelt svar intervall Jeg har slått sammen kodene på ett poengs nivå og to poengs nivå for elevsvarene i PISA-undersøkelsen i min tabell for å få et så sammenlignbart resultat som mulig med min undersøkelse. Jeg ser da bare på den metoden elevene bruker når de skal beregne arealet av kontinentet og ikke hvor vidt de har kommet frem til riktig svar. I PISA-undersøkelsen er det ikke kodet for metode på null poengs nivå.

Til denne oppgaven har jeg skrevet om PISA sine koder slik at de skal passe min oppgave. Metoden de beskriver er den samme som i PISA-undersøkelsen, og derfor har jeg kunnet sette resultatene sammen i en tabell. Kode 26 og 27 har jeg lagt til, de har ingen tilsvarende kode i PISA-undersøkelsen. Jeg har laget til kode 11 for elever som bare har kommet med forslag til arealet av Wyoming, og som sagt bare en av disse foreslår noe annet enn grunnlinje multiplisert med høyden.

7.1.1 Koder jeg har brukt i rettingen av oppgave 2a:

Full credit

Code 21: *Beregner arealet av Texas ved å tegne et kvadrat eller et rektangel*

Code 22: *Beregner arealet av Texas ved*

Code 23: *Beregner arealet av Texas ved å tegne flere figurer*

Code 24: *Beregner arealet av Texas med andre metoder.*

For eksempel ved å tegne et areal rundt og trekke fra det overflødige arealet.

Code 25: Correct answer but no working out is shown

Code 26: *Beregner arealet av Texas ved å tegne en trekant*

Code 27: *Beregner arealet av Texas ved å tegne et rutenett med kvadrater*

Partial credit

Code 11: *Bare et forslag for Wyoming*

No credit

Code 01: Calculated the perimeter instead of area

Code 02: Other incorrect responses

Code 99: Missing

Tabell 7.1 oppgave 2a

	Hov		PISA	
kode	Frekvens	prosent	frekvens	Prosent
21	5	4,5	229	16,5
22	0	0	33	2,4
23	47	42,0	58	4,2
24	3	2,7	13	1.0
25			4	0,3
26	1	0,9		
27	6	5,4		
11	25	22,3		
01	1	0,9	23	1,7
02	7	6,3	245	17,7
99	17	15,2	780	56,3
total	112	100	1385	100

7.1.2 Kommentar til resultatet av oppgave 2a

I PISA-undersøkelsen er det 56,3% som leverer denne oppgaven helt blank. Jeg ser det som en indikasjon på at det er noe som oppfattes som så vanskelig at de ikke gidder å prøve en gang. I min undersøkelse er det 15,2% som leverer blank på det første spørsmålet. Dette første spørsmålet på denne oppgaven i min undersøkelse er mye lettere og mindre omfattende enn oppgaven i PISA-undersøkelsen.

Formene på figuren i min undersøkelse har en helt annen geometrisk form enn kontinentet i PISA-undersøkelsen. Det er mer naturlig å dele opp bildet av Texas i mindre geometriske figurer. 42% Av elevene i min undersøkelse har valgt å dele opp kontinentet i flere små figurer for å finne arealet. De som velger denne metoden får endel mer utregning i det neste spørsmålet. I PISA-undersøkelsen er det bare 4,2% som deler opp Antarktis i flere figurer for å finne arealet.

Jeg har dessuten to elever som har beskrevet arealet av bildet av Wyoming som grunnlinjen multiplisert med høyden delt på to. Den ene eleven har fått kode 26 fordi det var gitt et forslag på arealet av bildet av Texas. Den andre eleven har fått kode 02 fordi det ikke var skrevet noe ved bildet av Texas. Alle andre elever som har kommet med et forslag til areal av Wyoming har foreslått grunnlinje multiplisert med høyden. Jeg synes ikke at dette er problematisk fordi det dreier seg om så få elever. Jeg har valgt å legge vekt på elevenes løsningsforslag til bildet av Texas.

Flere av elevene her valgt å lage et rutenett over bildet av Texas. Noen skriver at rutene skal være 1cm^2, mens andre skriver at man kan regne ut arealet av en rute for så å legge sammen antall hele ruter. De fleste av disse elevene er fra samme skole. Det er naturlig å anta at valget av metode er påvirket fra undervisningen ved denne skolen.

7.1.3 Oppsummering

Det er sammenheng mellom metoden elevene har brukt og formen på det kontinentet de skal beregne arealet av. Min figur gir tydelig vis assosiasjoner til flere geometriske figurer. Ingen av elevene i min undersøkelse har naturlig nok, beregnet arealet ved hjelp av en sirkel. De fleste forslagene er gjennomførbare i forhold til å kunne svare på resten av oppgaven, men det er stor forskjell på arbeidsmengden forslagene vil føre til i de neste spørsmålene. Jeg vil anta at en del elever hadde valgt en annen måte å beregne arealet på hvis de leste hele oppgaven og var klar over at de skal gå videre med den metoden de velger å bruke.

7.2 Oppgave 2b

Ordlyden på oppgave 1c i min undersøkelse er:

Gi et overslag over arealet av figurene i cm^2.

I denne oppgaven skal elevene regne ut arealet av bildene fra forrige oppgave. Elevenes metode og hvor arbeidskrevende oppgaven blir for den enkelte vil variere mye i forhold til de metodene elevene har valgt i oppgave 2a. Oppgaven er i kompetanseklasse 1og er lukket selv om svarene kan variere innenfor et intervall.

Med denne oppgaven ønsker jeg å føre elevene et skritt nærmere løsningen på hele oppgaveenheten. Jeg gjorde et valg da jeg satte denne oppgaven før 2c der elevene skal gjøre om til riktig målestokk. Utregning av et areal er som regel enklere for de fleste elever enn omregning til en annen målestokk. Jeg vil derfor få med flere elever videre i oppgaveenheten ved å ha oppgavene i denne rekkefølgen.

Jeg har laget kodene selv til denne oppgaven. Jeg har valgt å skille mellom de som får til å regne ut arealet av bildet av Wyoming og de elevene som får til å regne ut arealet av bildet av Texas.

7.2.1 Koder jeg brukte i rettingen av oppgave 2b:

Full credit
Code 21: *Begge figurene riktig regnet ut.*

Partial credit
Code 11: *Texas riktig regnet ut, Wyoming blank*

Code 12: *Wyoming riktig regnet ut, Texas feil eller ikke kommet til et svar*

Code 13: *Wyoming riktig, Texas blank*

No credit
Code 01: *Andre feil, for eksempel kluss/overstrykninger*

Code 02: *Begge feil regnet ut eller ikke regnet ut*

Code 99: Missing

Tabell 7.2 spørsmål 2b

	Min undersøkelse	
Kode	Frekvens	prosent
21	32	28,6
11	5	4,5
12	7	6,3
13	26	23,2
01	4	3,6
02	5	4,5
99	33	29,5
Total	112	100

7.2.2 Kommentar til resultatet av oppgave 2b

I denne oppgaven varierer arbeidsmengden for den enkelte elev voldsomt. Det er stor forskjell på hvor arbeidskrevende metode som brukes. 33% Av elevbesvarelsene er blanke. De fleste som har svart har fått til å regne ut arealet av bildet av Wyoming med tall innenfor et rimelig intervall. Lengden og bredden på bildet av Wyoming varierer en del når elevene måler, og det tilskriver jeg litt unøyaktighet og litt mangel på linjal. Jeg hadde i utgangspunktet bestemt meg for at et akseptabelt intervall var fra $16cm^2$ - $30,25cm^2$. Det er en elev som helt tydelig ikke har hatt linjal som har kommet til at $3 \cdot 4 = 12cm^2$. Siden det bare er denne ene eleven som har regnet ut og kommet til et svar så langt unna ser jeg ingen grunn til at mitt akseptable intervall ikke skal være fra $12cm^2$ - $30,25cm^2$. Eleven har tegnet et rutenett over bildet av Wyoming så det er ikke tvil om at det er riktig fremgangsmåte som er brukt.

Jeg har operert med et akseptabelt intervall for arealet av bildet av Texas fra $42cm^2$-$72cm^2$. Intervallet kan virke stort, men jeg mener at det er rimelig å akseptere denne unøyaktigheten. Det var ikke like stor tetthet av linjaler i alle klasser. Dette intervallet viste seg å være dekkende for de elever som har løst oppgaven på en rimelig brukbar måte. Jeg har lagt mer vekt på fremgangsmåten enn nøyaktigheten med målene. Når elevene deler bildet av Texas i mange mindre geometriske figurer og gjør et overslag av alle sammen kan små avvik og tilnærminger bli store når arealene summeres opp til slutt. Alternativt kunne selvsagt alle kodene deles som i PISA-undersøkelsen slik at de innenfor et intervall fikk to poeng og utenfor intervallet gav ett poeng.

Det er 62.6% av elevene som har arealet av bildet av den ene staten riktig. De fleste av disse har regnet ut arealet av bildet av Wyoming riktig. Dette er ikke rart tatt i betraktning at det var mye mer arbeidskrevende å regne ut arealet for bildet av Texas med de metodene elevene valgte. Ut fra svarene på oppgave 2a er jeg helt sikker på at mange flere ville gjort dette riktig hvis de hadde forsøkt. Det er ikke opplagt hva som er årsaken til at en del elever bare regner ut arealet av bildet av Texas, siden det er den vanskeligste delen av oppgaven. Jeg antar at dette nærmest er en forglemmelse. Det er 37 elever dvs. 33.1% som får til å beregne arealet av bildet av Texas i cm^2. (Elevene er generelt meget slurvete med å ha med benevning i det hele tatt.)

Kode 23 er den mest brukte koden ved retting av spørsmål 2a. Denne koden er gitt til elever som beregner arealet ved å tegne flere figurer. 47 Elever fikk denne koden på spørsmål 2a. Jeg har talt opp hvilke koder som er gitt på spørsmål 2b til de elevene som fikk kode 23 på 2a. Resultatet er presentert i tabell 7.3.

Tabell 7.3 Kodefordelingen på oppgave 2b til besvarelser med kode 23 på oppgave 2a

	Min undersøkelse	
Kode	Frekvens	prosent
21	22	46,8
11	3	6,4
12	5	10,6
13	8	17,0
01	1	2,1
02	3	6,4
99	5	10,6
total	47	100

Resultatet viser at av de 37 elevene som har regner ut arealet av bildet av Texas riktig i kvadratcentimeter er det 25 elever som har delt opp bildet av Texas i flere figurer og lagt sammen arealet av hver av dem. Av de 47 elevene som valgte å dele opp bildet av Texas i flere geometriske figurer er det 25 elever som har riktig svar for arealet av bildet av Texas i oppgave 2b. Det er 53,2% av elevene som bruker flere geometriske figurer som får riktig svar for arealet av bildet av Texas. Det er 15 elever som har brukt en av de andre metodene i oppgave 2a, og 12 av disse elevene har riktig svar for arealet av bildet av Texas. Det betyr at 80% av elevene som har foreslått en annen metode enn å bruke flere figurer for å finne arealet, har løst oppgave 2b riktig. Det er sannsynlig at flere elever hadde fått riktig svar på oppgave 2b hvis kontinentet hadde vært det samme som i PISA-undersøkelsen. Texas er et mer kantete landområde enn Antarktis og det er naturlig å dele Texas opp i flere mindre figurer. Det er også sannsynlig at flere elever hadde valgt en annen metode for å beregne arealet av landområdene hvis de hadde hatt full oversikt over hele oppgaven når de begynte med oppgave 2a. Etter min erfaring leser få elever igjennom en oppgaveenhet før de begynner på første oppgave.

7.3 Oppgave 2c

Ordlyden på oppgave 1c i min undersøkelse er:

Dette er omrisset av to Amerikanske stater. Regn ut arealet av disse to statene ved hjelp av målestokken 1:12 000 000.

Denne oppgaven har jeg plassert i kompetanseklasse 2. Oppgaven utfordrer eleven ved bruken av målestokk som en lineær størrelse og arealet av de geometriske figurene. Denne deloppgaven er forskjellig fra PISA i måten målestokken er oppgitt. I PISA-undersøkelsen er målestokken i oppgaven presentert ved en påtegnet ”linjal” på kartet over Antarktis.

Jeg har i kodingen av denne deloppgaven godtatt svar hvor feilen ligger i oppgave b. Jeg har med andre ord ikke latt feil i oppgave b følge med i oppgave c.

Kodene ble til etter som jeg rettet oppgavene. Det var to feil som gikk igjen hos de som har prøvd å regne ut arealet i riktig målestokk. Elevene så ikke at målestokken ikke var et areal, og de rotet med antall siffer når de skifter om fra cm^2 til km^2. Jeg har valgt å se bort fra feil i antall siffer ved omgjøring av benevnelsen fra cm^2 til km^2. Hvis jeg skal ta med koder for denne feilen vil både kode 21 og kode 11 deles, og jeg vil heller kommentere dette separat. Jeg har kodet dette spørsmålet med tre koder for svar og en for blank besvarelse. Det er ingen elever som har regnet ut arealet for begge kontinentene så kode 21 er for de elevene som har riktig svar på ett av kontinentene.

7.3.1 Koder jeg brukte i rettingen av oppgave 2c:

Full credit
Code 21: *Riktig svar på ett av kontinentene*

Partial credit
Code 11: *Riktig utregning bortsett fra at eleven tar hensyn til at målestokken ikke er gitt som areal, men multipliserer arealet av figuren med lineær målestokk.*

No credit
Code 01: Feil

Code 99: Missing

Tabell 7.4 spørsmål 2c

	Min undersøkelse	
Kode	frekvens	prosent
21	6	5,4
11	44	39,3
01	8	7,1
99	54	48,2
Total	112	100

13 Av elevene som får kode 21 eller kode 11 i min undersøkelse har feil i omgjøringen fra cm^2 til km^2. Fire av disse elevene har fått kode 21. Det er bare to elever i min undersøkelse som har helt riktig svar på dette spørsmålet. Totalt har 5 elever riktig omgjøring fra cm^2 til km^2. Det er bare 10% av elevene som har svart på spørsmålet.

7.3.2 Kommentar til resultatet av oppgave 2c

I dette spørsmålet hadde elevene flere problemer. Det var ikke mange som forsto at målestokken ikke var et areal. Det andre som viste seg å være meget vanskelig var omgjøring fra cm til m og fra cm^2 til m^2. Jeg har derfor ikke kodet denne oppgaven helt på vanlig måte. Jeg har valgt å kode denne oppgaven først med hensyn på utregningen. Jeg ser da bort fra de som har gjort om benevnelsen feil. Elevene er heller ikke bedt om å gjøre om fra cm til m. Så har jeg talt opp elever som har gjort om, og skilt mellom de som har fått det til og de som ikke har greid det.

Av de 6 elevene som har fått kode 21 er det bare to som ikke gjør feil i antall desimaler. Jeg har valgt å ikke bry meg om rot med benevning i kodingen. Jeg har kodet etter måten de kommer frem til svaret. Dersom jeg deler opp koden etter de som gjør feil med omgjøring av benevning, ville jeg måttet dele alle kodene.

Jeg har to elever som skriver at de ikke har kalkulator. Det er 6 elever som jeg mener ikke har hatt kalkulator. De har satt opp et fullstendig regnestykket, men har ikke fullført utregningen.

De vanligste omgjøringsfeilene av benevning er at eleven ikke tar hensyn til at det er areal. De omgjør som om det er lineære måleenheter. Mange har vanskelig med å gjøre om fra meter til kilometer. Jeg tar med to elevsvar for å illustrere hvilke feil elevene gjør i forhold til målestokk og areal.

7.3.3 Eksempler på elevsvar i min undersøkelse:

Nr. 13

1cm=12 000 000 ,1m=120 000 , 1km=120

$20cm^2 \cdot 120km = 600km^2$

$44cm^2 \cdot 120km = 5280km^2$

Denne eleven gjør om målestokken til kilometer, men så multipliseres kilometer med kvadratcentimeter og produktet oppgis i kvadratkilometer.

Nr. 105

$25 \cdot 12\,000\,000 = 180\,000\,000$

$180\,000\,000 cm^2 = 1800 km^2$

Denne elevens besvarelse inneholder to feil som er typisk for flere besvarelser i min undersøkelse. Arealet av figuren multipliseres med målestokken, og kvadratcentimeter gjøres om til kvadratkilometer uten å ta hensyn til at det er arealer og ikke lineære størrelser.

7.4 Oppsummering av oppgaveenheten

Oppgave 2a har forholdsvis god svarfrekvens. Elevene kommer med mange brukbare forslag til metoder for å beregne et areal. Det er bare 15,2% blanke besvarelser på oppgave 2a.

På oppgave 2b er det ikke uventet, litt synkende svarfrekvens i forhold til 2a. Beregning av et areal i cm^2 er tydelig ikke noe stort problem selv om bildet av Texas er vanskeligere enn bildet av Wyoming. Jeg antar at en del av de som ikke har regnet ut arealet av bildet Texas ikke har "giddet". Det kan være en naturlig følge av at en del elever har foreslått brukbare, men til dels arbeidskrevende forslag til metoder i oppgave 2a. Vanskeligheten for en del elever var å benytte seg av riktig formel til figuren. Noen elever blander sammen Pytagoras setningen og arealet av et rektangel.

Jeg har også noe færre blanke besvarelser enn PISA-undersøkelsen på oppgave 2c. Det er mer spesielt at så mange elever har kommet til et svar med den samme feilen. Elever er antagelig vant med en oppgave oppbygging slik at svaret i oppgave a skal brukes i oppgave b. Oppgave 2c er ikke slik at svaret i 2b kan brukes dirrekte. Jeg lurer på om dette er noe av grunnen til at så mange multipliserer den lineære målestokken med et areal.

De elevene som får til oppgave 2c har multiplisert lengdemålene i figurene med målestokken før de regner ut arealet. Det er ingen som viser at de finner størrelsen av en kvadratcentimeter først for så å multiplisere med arealet, som de allerede har regnet ut i oppgave 2b. (det er en elev som ikke viser fremgangsmåten)

Jeg synes det er svært mange elever som har fått kode 11. Det er tydelig at målestokk er vanskelig. Det er mange som ikke ser noen problemer med å multiplisere lengder med areal og gi svaret enhet som areal. Det er mye mer konkret og visuelt når målestokken er tegnet inn slik den var på kartet over Antarktis. Det er helt tydelig at elevene ikke har klart for seg hva en målestokk er og heller ikke forskjellen på areal og linje.

Elevene har store vansker med å gjøre om benevningene. Det er 11,6% av elevene som gjør feil når de skifter benevning, og det er 4,5% som gjør det riktig. Resten har ikke forsøkt på dette, men de blir heller ikke bedt om å oppgi svaret i en spesiell målestokk i denne oppgaven. Det er bare noen få elever som behersker målestokk og måleenheter.

I forhold til resultatene i PISA-undersøkelsen har jeg med meg flere elever fra første oppgave og gjennom hele oppgaveenheten. Andelen blanke besvarelser stiger utover i oppgaveenheten i min undersøkelse, og på den siste oppgaven i min undersøkelse er andelen blanke svar nesten lik med PISA-undersøkelsen. En oppdeling av oppgaven gir elevene færre utfordringer av gangen og det ser ut som om flere har tro på at dette kan de klare. I PISA-undersøkelsen var det 7% av elevene som fikk riktig svar på denne oppgaven. I min undersøkelse var det bare 6 elever eller 5.4% som kom igjennom hele oppgaveenheten, og da er det 4 elever av disse som har gjort feil i omgjøringen av enhet. Oppgaven var vanskelig med hensyn til den rekkefølgen elevene måtte forholde seg til utfordringene på.

8. Pyramide (M037)

Oppgaveenhetens navn i den norske PISA-undersøkelsen var ”Hustak”. I PISA-undersøkelsen ble oppgaveenheten er presentert med et tredimensjonalt bilde av et hus med et hustak og en tegning av det samme taket med navn og lengdemål. Hustaket har form som en pyramide med kvadratisk grunnflate. Tegningen gir elevene mer informasjon enn det som er nødvendig for å løse oppgavene som er gitt etterpå. Elevene har to utfordringer med konteksten i denne oppgaven. Informasjonen de trenger for å løse spørsmålene må sorteres ut, og elevene har fordel hvis de har evnen til å se det tredimensjonale bildet og overføre de geometriske figurene til planet.

De matematiske kunnskapene i geometri som denne oppgaven forutsetter burde være kjent for norske tiendeklassinger. Arealer er tema fra femte klasse og da er kvadrater og rektangler de enkleste geometriske figurene og de første elevene stifter bekjenskap med.

> *-arbeide med å finne areal ved opptelling av arealenheter og bli kjent med andre praktiske metoder til å bestemme arealer, f eks oppdeling*

(L97 s.163)

Formlikhet er tema både i niende og tiende klasse

> *-arbeide med begrepene formlikhet og kongruens*

(L97 s.168)

> *-gjøre erfaringer med målestokk, kongruens og formlikhet*

(L97 s.170)

Denne oppgaveenheten var med i pilotundersøkelsen til PISA-undersøkelsen våren 2000. Da besto den av fire oppgaver, og all informasjonen i figuren var nødvendig for å løse disse. Det viste seg at de to siste oppgavene var svært vanskelig og de ble fjernet før PISA-undersøkelsen våren 2000, men informasjonen i figuren ble ikke forandret.

Hvis en ser bort fra at bilde er tredimensjonalt og at informasjonsmengden er stor, så er spørsmålene i denne oppgaven egentlig meget enkle. Det burde ikke være noe stort problem for norske elever å regne ut arealet av et kvadrat eller å finne lengden av EF.

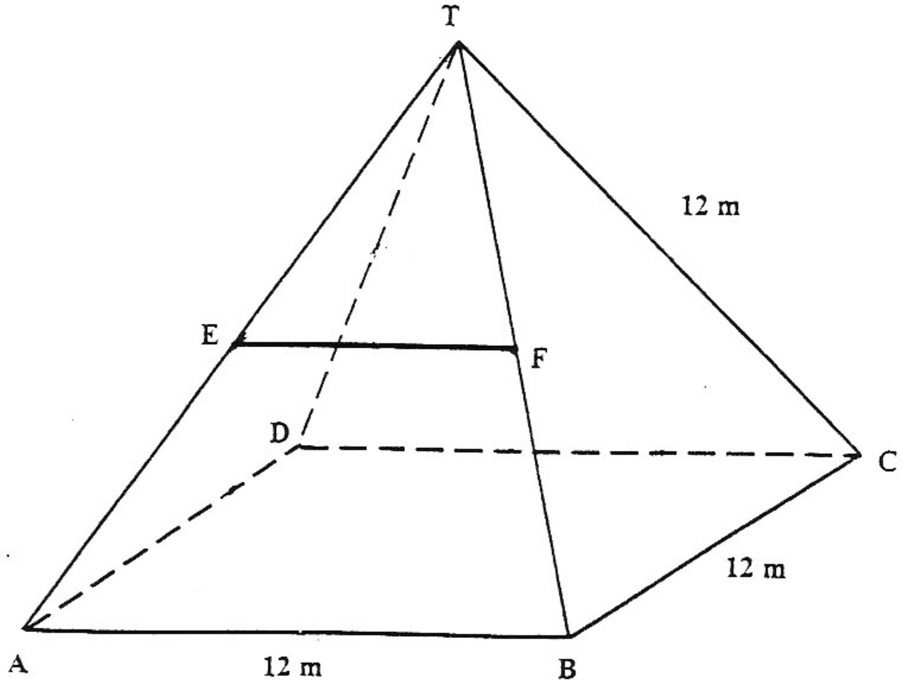
Under rettingen av PISA-undersøkelsen virket denne oppgaven allikevel ikke så enkel for elevene som forventet.

Kanskje var det mengden av unødvendig informasjon som er noe av årsaken til at resultatet var dårligere enn det som var forventet. Oppgaven er et godt eksempel på matematikkoppgaver der elevene må forholde seg til mye informasjon og velge ut hva som er relevant i forhold til det spørsmålet de skal finne svar på. Oppgavene i denne oppgaveenheten er lukket både med hensyn til at det er et riktig svar på oppgaven og at det i praksis er en løsningsmetode som fører til riktig svar.

I min undersøkelse ble oppgaven presentert som følger:

Oppgave 3

Tegningen viser en pyramide med kvadratisk grunnflate ABCD og toppunkt T. Alle sidene i pyramiden er 12m lange.



a. Regn ut arealet av grunnflaten ABCD.

Punktet E er midt på AT, F er midt på BT.

b. Regn ut lengden av EF.

Jeg har fjernet konteksten i denne oppgaveenheten ved å ta bort bildet av huset og forklaringen til dette bildet i forhold til figuren i oppgaveenheten. Jeg har forenklet figuren ved å fjerne den unødvendige informasjonen som var gitt i den tredimensjonale figuren til oppgaven. Jeg har også fjernet bildet av hustaket og forklaringen til bildet. Oppgaven i min undersøkelse er en helt ordiner geometrioppgave. Spørsmålene i oppgaveenheten er ikke helt de samme som i PISA-undersøkelsen fordi huset er fjernet. Jeg forventet at oppgavene ble enklere å løse i min undersøkelse når elevene slapp å sortere bort unødvendig informasjon. Det tredimensjonale ved figuren er det samme.

Denne oppgaveenheten er ikke kodet i PISA-undersøkelsen, men elevenes svar er skrevet rett inn på data. Å skrive svarene rett inn slik som det er gjort i PISA-undersøkelsen gir ingen tolknings problemer i kodefasen. Det tallet eleven har angitt som svar blir registrert.

Jeg har valgt å kode elevsvarene i min undersøkelse på begge oppgavene selv om det ikke er gjort i PISA-undersøkelsen. Jeg har valgt koder fordi det er elevenes løsningsmetoder jeg et ute etter. Jeg har en del besvarelser hvor fremgangsmåten er helt presist beskrevet med et oppsatt regnestykke, men ikke fullført. Jeg vet at en del ikke fikk tak i kalkulator under testen og jeg ba dem gå videre i stedet for å vente. Ved å skrive inn svarene slik det er gjort i PISA-undersøkelsen ville jeg få mange elever som egentlig viser en fremgangsmåte i kode 90 for feil svar.

8.1 Oppgave 3a

Regn ut arealet av grunnflaten ABCD.

I PISA-undersøkelsen skal elevene regne ut arealet av loftsgulvet ABCD. Loftsgulvet er et kvadrat med sidene lik 12 meter.

Oppgavekonteksten er forandret ved at teksten om huset og bildet er fjernet. Denne oppgaven har skolekontekst i min undersøkelse. En av utfordringene ved hele oppgaven er å sortere mengden av informasjon som er gitt. Den utfordringen er ikke i min undersøkelse siden den unødvendige informasjonen er fjernet. Selve oppgaven er ikke forandret mer enn nødvendig for å tilpasse det den nye oppgavekonteksten. Den matematiske utfordringen i oppgaven er tilnærmet lik og egentlig svært enkel.

I PISA-undersøkelsen ble ikke dette spørsmålet kodet. Jeg har valgt å kode svarene på denne oppgaven fordi ikke alle elevene har regnet ut et tall som jeg kan tolke som svaret på oppgaven, men de har satt opp regnestykker og vist hva de vil gjøre for å løse oppgaven. Det er bare kode 99 som er hentet fra PISA-undersøkelsen. Det er forholdsvis klart bare ved å se på svarene som er registrert i PISA-undersøkelsen, hvilken metode elevene har brukt for å svare på spørsmålet.

På grunn av kalkulator mangel har jeg valgt å gi de elevene som bare setter opp regnestykket $12 \cdot 12$ kode 11, selv om de ikke har kommet frem til noe svar. Dette gjelder bare fire elever. Disse elevene har vist at de vet hva de skal gjøre, men de har ikke greid eller tatt seg tid til å utføre regnestykket riktig uten kalkulator. I min undersøkelse er det seks elever som har satt opp regnestykket riktig men som har regnet feil, og dermed har feil svar. Jeg har plassert disse elevene i en egen kode.

I min presentasjon har jeg tatt med deler av resultattabellen fra PISA-undersøkelsen. Jeg har plukket ut de svarene med svarfrekvens fra 5 og oppover. I tillegg har jeg tatt med elevene som svarte *264* og *576* fordi disse svarene forekom i min undersøkelse. Resten av svarene i PISA-undersøkelsen var fordelt på andre verdier med svarfrekvens fra 1 til 3. jeg har summert disse under kode 04 i tabell 10.2

8.1.1 Koder jeg brukte i rettingen av oppgave 3a

Full credit

Code 11: *12m · 12m = 144m2 med eller uten benevning, eller 12· 12 uten eller med feil svar.*

No credit

Code 01: *regner ut omkrets av grunnflaten eller arealet av en rettvinklet trekant med kateter lik 12m*

Code 02: *setter opp en formel eller regnestykke som minner om volumet av en pyramide*

Code 03: *setter opp riktig regnestykke 12 · 12 men kommer frem til feil svar ved utregning.*

Code 04: *andre feilsvar*

Code 99: Missing

Tabell 8.1 oppgave 3a

	Min undersøkelse	
Kode	Frekvens	Prosent
11	65	58,0
01	5	4,5
02	4	3,6
03	6	5,4
04	4	3,6
99	28	25,0
Total	112	100

Tabell 8.2 resultater fra PISA-undersøkelsen

	PISA	
Valid	Frekvens	Prosent
Kode 11	549	59,9
12	5	0,5
24	32	3,5
36	27	2,9
48	63	6,9
72	19	2,1
264	3	0,3
576	2	0,2
Kode 90	16	1,7
Kode 99	158	17,2
Kode 04	42	4,6
Total	916	100

I denne tabellen er elevens faktiske svar skrevet rett inn, og

8.1.2 Kommentarer til resultatet av oppgave 3a

Min forenkling av denne oppgaven ser ikke ut til å ha hjulpet elevene når de skulle løse denne oppgaven. Jeg er forundret over at det ikke er flere som har greid å løse denne oppgaven og at flere av de samme feilene ser ut til å være representert.

Det er noe mer blanke besvarelser i min undersøkelse enn i PISA-undersøkelsen. Det kan skylles tidsnød utover i oppgaven. Elevene erfarte at de brukte for lang tid på de første oppgavene og at de derfor hopper over oppgaver de ”ikke liker” senere i oppgavesettet. Utformingen av oppgaveenheten som rent geometrisk med en tredimensjonal figur kan skremme elevene før de egentlig oppfatter hva oppgaven går ut på. Elevene hadde ikke anledning til å bruke regelbok under min undersøkelse og tegningen av en pyramide kan gi inntrykk av en vanskelig oppgave hvor de har bruk for en formel de ikke kan uten regelboken.

I min undersøkelse er fordelingen av besvarelser på 0 poengnivå forskjellig fra det jeg finner i PISA-undersøkelsen. Feilsvarene som jeg har gitt egne koder i min undersøkelse er konsentrert om tre forskjellige typer feil. Det er elever som regner ut grunnflaten eller arealet av en rettvinklet trekant med kateter lik 12m, det er elever som setter opp en formel for eller et regnestykke som minner om volumet av en pyramide, og elever som setter opp riktig regnestykke men som utfører multiplikasjonen feil. Bortsett fra disse er det bare 4 elever som har svart feil og har fått koden for andre feilsvar.

Jeg har svært mange elever som bruker cm i stedet for meter som enhet. Cm er en måleenhet som de fleste er mer fortrolig med i matematikk sammenhang. Av praktiske grunner foregår det meste av konstruksjonen i matematikk undervisningen i cm. Jeg har ikke krevd riktig benevning i rettingen av dette spørsmålet.

Elevene som har fått kode 02 i 3a har enten skrevet formelen for volumet av en pyramide og så fylt inn, men samtlige har satt høyden til 12m. De som ikke har skrevet formelen, men bare har satt opp regnestykket har også brukt høyden lik 12m.

$$\frac{12 \cdot 12 \cdot 12}{3} = 576$$

For de som har regnet riktig med denne formelen og 12m som høyden, vil svaret bli 576m^3. Dette svaret er også registrert i PISA-undersøkelsen. Måten oppgaven er rettet i PISA-undersøkelsen gir oss ikke informasjon om de elevene som har skrevet opp en slik formel eller regnestykke, men så har gitt opp og ikke kommet frem til noe tall som kan tolkes som svar. Jeg har også en elev som har riktig svar, men som har begynt oppgaven med formelen for volumet av en pyramide.

En av mine feilsvar i kode 04 er en elev som setter opp regnestykket $12 \cdot 12 \cdot 12 \cdot 12 =$ og som stopper der. Ellers er kode 04 elever som har skrevet et spørsmålstegn, eller andre kommentarer. En elev har skrevet at hun trenger kalkulator.

I PISA-undersøkelsen har 59,9 % svart *144* som er riktig på denne oppgaven. 17,2 % har levert oppgaven blank mens 1,7 % har fått kode 90 som betyr at de har skrevet noe, men det kan ikke tolkes som svar på oppgaven. 21,2 % Har andre feilsvar. Av disse er det svarene *48* (omkretsen av kvadratet), *36* (som er omkretsen av en likesidet trekant med sidene lik 12m), *24* (12+12)og *72* (arealet av en rettvinklet trekant med kateter lik 12 m) som har høyest frekvens. I min undersøkelse er det ingen elever som regner ut omkretsen av en likesidet trekanten med sidene lik 12m.

Jeg har noe mer blanke besvarelser enn i PISA-undersøkelsen men andelen av de elevene som får til denne oppgaven er temmelig lik i min undersøkelse og PISA-undersøkelsen.

Besvarelsene i kode 03 viser at multiplikasjon med tosifrede tall uten kalkulator skaper problemer. Tre av seks elever som har fått kode 03, har kommet til at$12 \cdot 12 = 264$. To av elevene uten kalkulator har fått svaret *124* og en her svart *104*. Svarene *264* og *104* forekommer også i PISA-undersøkelsen med svarfrekvens 3 og 1.

8.2 Oppgave 3b

Regn ut lengden av EF.

I oppgave 3b skal elevene regne ut lengden av linjen som halverer høyden i en likesidet trekant.

Det andre spørsmålet i denne oppgaven er noe vanskeligere enn første spørsmål. Elevene må ha kunnskap om formlike figurer og likesidete trekanter. Fordi figuren er tegnet tredimensjonal er ikke alle sidene på figuren tegnet like lange på arket (i planet). Endel elever har problemer med å se det tredimensjonale, og det er vanskeligere å kjenne igjen trekanten som likebeinet. Vinklene er heller ikke like store hvis vi ser trekanten i planet. Dette skaper problemer for elever som løser oppgaven ved hjelp av figuren visuelt. Jeg har plassert denne oppgaven i kompetanseklasse 1.

8.2.1 Koder jeg brukte i rettingen av oppgave 3b

På dette spørsmålet har jeg valgt å skille mellom de elevene som har kommet frem til svaret 6 på en eller annen måte og de elevene som har feil svar…..

Full credit
Code 11: *EF = 6m, med eller uten benevning*

No credit
Kode 01: *feil*

Kode 99: Missing

Tabell 8.3Oppgave 3b

	Min undersøkelse	
Kode	Frekvens	Prosent
11	24	21,6
01	29	25,9
99	59	52,7

8.2.2 Kommentar til resultatet av oppgave 3b

De elevene som har fått kode 01 har i stor grad forsøkt seg med å tegne en trekant eller satt opp et regnestykke som ikke har ført frem. I PISA-undersøkelsen er det ca. 17% som ville fått kode 01 etter mine koder. 41.6% ville fått kode 11. 41,4% har levert denne oppgaven blank i PISA-undersøkelsen.

Denne oppgaven er tydelig vanskeligere enn oppgave a. Antall blanke besvarelser øker både i min undersøkelse og i PISA-undersøkelsen, men mest i min undersøkelse. Det er også bare tre elever som gir en slags utregning eller brukbar forklaring til at EF=6cm i min undersøkelse. Oppgaven er slik at 6 kan være et naturlig svar selv om resonnementet er helt feil. Jeg har en elev (nr.48) som bare skriver ET=6, FT=6. Han har skrevet mens han resonnerer uten å komme frem til riktig svar og har fått kode 01. Hadde han bare skrevet tallet 6 ville han fått koden 11 uten egentlig å ha løst oppgaven. Jeg har flere elever som bare skriver tallet 6 og de må selvsagt få kode 11.

En del elever har satt opp regnestykket 12/2=6 og har muligens forstått sammenhengen mellom formlikhet og størrelse. Men heller ikke her vet vi om det er svaret de gir på oppgaven eller om de har sluttet i en tankerekke uten egentlig å gi noe svar på oppgaven. Jeg synes dette er et generelt problem der elever ikke har to streker under svaret, og det skaper usikkerhet om resultatet av undersøkelsen når tallet 6 forekommer på flere måter i oppgaven.

Tre elever bruker Pytagoras setning for å finne lengden av EF. Disse elevene får svaret *8,48* eller *8,5*. Disse svarene forekommer ikke som svar i PISA-undersøkelsen. I PISA-undersøkelsen er det for øvrig ingen svar med desimaltall. Denne oppgaven er en tradisjonell geometrioppgave med skolekontekst. Oppgaven ber elevene regne ut EF. Jeg tror det ledet elever til å tenke trekanter og utregning i større grad enn i PISA-undersøkelsen.

Jeg har plukket ut noen elevsvar som eksempler på den typen svar som forekom i min undersøkelse på denne oppgaven. Jeg har tatt med oppgaver som viser hvordan elever kan komme til samme svar på helt forskjellig grunnlag. Jeg har ikke gitt kode 11 til alle elever som har svart *6m.*Elever som viser at de ikke har forstått oppgaven men har vært så heldig å få riktig svar har fått kode 01. Sammenlikning med PISA-undersøkelsen blir derfor umulig på denne oppgaven.

8.2.3 Eksempler på elevsvar i min undersøkelse:

Nr.10 (kode 11)
Siden E er midt på AT og BT og lengden av disse er 12m vil ET og FT bli halvparten nemlig 6. Siden det er en trekant med gradene 60 i alle hjørnene er alle sidene like lange. Det vil si at også EF er 6m."

Nr.13 (kode 11)
6cm fordi den er i midten

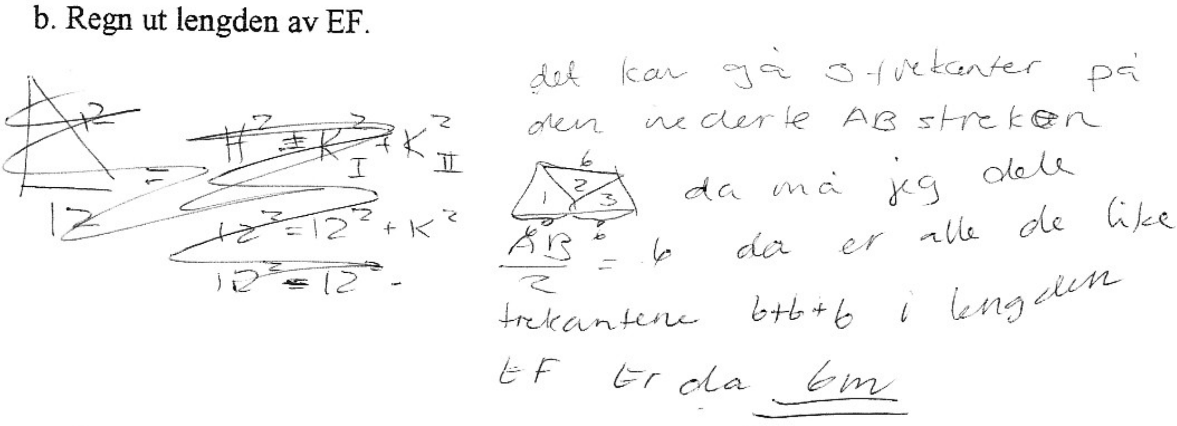
Nr.21 (kode 11)
12:2=6

EF er 6 cm

Nr.64 (kode 11)
EF = 6m likesidet trekant

Det er ingen tvil om at disse fire besvarelsene skal ha kode 11. Besvarelsene viser at det er et stort variasjon i besvarelsene innen denne koden. I denne koden kommer også elever som bare skriver tallet *6*.

Nr.26 (kode 01)


b. Regn ut lengden av EF.

det kan gå 3 trekanter på den nederste AB streken da må jeg dele $\frac{AB}{2} = 6$ da er alle de like trekantene 6+6+6 i lengden EF er da 6m

Denne eleven har riktig svar, men forklaringen holder ikke. Det er ikke bedt om forklaring i oppgaven, men når svaret ledsages av forklaringer som røper missoppfattninger eller manglende kunnskaper har jeg valgt å gi kode 01.

Nr.48 (kode 01)
ET=6, FT=6

Nr.109 (kode 01)
Midt på BT og AT er 6 cm fra bunn og topp.

Disse to besvarelsen har jeg tatt med for å vise eksempel på hvordan tallet *6* kan ha andre meninger en et endelig svar på oppgaven. Her går det klart frem at elevene ikke har fullført oppgaven og jeg har gitt elevene kode 01.

Nr.65 (kode 01)

$$Forhold\ \frac{12}{7{,}5} = 1{,}6$$

$$Lengden\ \ EF = 4 \cdot 1{,}6 = 6{,}4cm$$

Elev nr.65 har funnet forholdet mellom oppgitt lengde og virkelig lengde på tegningen. Eleven har antagelig ikke sett at trekanten står på skrå i rommet.

Nr.79 (kode 01)

$$12m \cdot 12m = 144m^2$$

$$6m \cdot 6m = 36m^2$$

$$144m^2 - 36m^2 = 108m^2$$

$$\sqrt{108}m^2 = 10{,}3m$$

$$EF = 10{,}3m$$

Nr.82 (kode 01)

$a^2 + b^2 = c^2$

$3^2 + 12^2 = x^2$

$9 + 144 = 153$

$\sqrt{153} = x^2$

$x = 12{,}3cm$

Besvarelser av denne typen kan ikke ha forekommet i PISA-undersøkelsen. Det er ikke noen svar med desimaler fra PISA-undersøkelsen.

8.3 Oppsummering av oppgaveenheten

Når mine resultater og resultatene fra PISA-undersøkelsen forelå var ikke resultatet som jeg forventet. Min forenklede versjon har flere blanke oppgaver enn i PISA-undersøkelsen, og prosenten av elever som har kommet frem til riktig svar i PISA-undersøkelsen er høyere enn i min undersøkelse på begge oppgavene. Det er ikke mer enn 58% som har svart *144* i min undersøkelse. Jeg har gitt kode 11 også til de elevene som har vist en riktig fremgangsmåte, men ikke har kommet frem til noe svar på den første oppgaven i denne enheten.

Fra skolematematikken er ikke elevene vant med å få tegnet en pyramide når de skal regne ut arealet av et kvadrat, så elever som ikke leser oppgaven vil forholde seg til at de ser en pyramide.

Å regne ut arealet av et kvadrat er barneskolematematikk. Hva kan det så være som gir det dårlige utslaget på min undersøkelse og i PISA-undersøkelsen? Jeg hadde håpet at mine oppgaver skulle gi en pekepinne på at det tross alt ikke var matematikkkunnskapene som var så dårlig.

Det er svært mange elever som ikke har benevning, men det er også svært mange elever som har feil benevning. De bytter ut meter med centimeter. Centimeter er et mye vanligere mål i matematikkbøker i skolen. Det eleven ser på arket er dessuten en pyramide med sider langt fra 12 meter, men nærmere 12 cm. I min undersøkelse mangler dessuten konteksten med et hustak og da kan jeg forstå at meter ikke er en naturlig enhet å bruke.

Det virker på meg med erfaringen fra resultatet i denne og epleoppgaven som om elever tenker mindre selv og bruker formler mer ukritisk hvis de oppfatter en oppgave som skole matematikk. Den matematiske kunnskapen forvirrer og en del av elevene blander sammen begreper og algoritmer. I denne oppgaven

Min versjon av denne oppgaveenheten har gitt et annet svarmønster når vi ser på feilsvar enn oppgaven slik den er presentert i PISA-undersøkelsen med hverdagskontekst. Det er flere elever som ikke forsøker seg på oppgaven i det hele tatt i min undersøkelse. Svarene med desimaltall som mangler fra PISA-undersøkelsen kan tyde på at det er flere elever som roter med formler i min undersøkelse. Det ser ut som om hverdagskonteksten i denne oppgaven har gjort det lettere og se den tredimensjonale figuren og overføre den til planet. Erfaringer fra elevens virkelighetsoppfattning av verden som tredimensjonal kan ha hatt betydning for hvordan eleven oppfatter figuren.

9. Ran (M179Q01)

I PISA sin versjon av denne oppgaven skal elevene vurdere om de synes det er en riktig tolkning av diagrammet når en TV-reporter påstår at antall ran har økt voldsomt fra 1998 til 1999. Søylediagrammet som elevene skal vurdere er laget slik at det kan se ut som en dobling i antall ran ved første blikk. Hvis elevene leser diagrammet riktig vil de se at y-aksen er brutt, og at det første inntrykket ikke er riktig. (Se vedlegg)

I PISA-undersøkelsen var det en del elever som ikke forsto at oppgaven var en matematikkoppgave. Oppgaven er i kompetanseklasse 2 og kontekstnivå i følge Jan de Lange sin definisjon er nivå 1.

Denne oppgaven var ikke lett å kode i PISA-undersøkelsen. Elevene har veldig mange måter og nyanser å uttrykke seg på.. Det var langt mellom besvarelser med et matematisk språk. Det kan virke som elevene ikke er fortrolig med et matematisk språk, eller at de ikke kobler oppgaven til matematikkunnskapene sine. Kodingen av PISA-undersøkelsen ble preget av tolkningen av elevsvar, hvor nyanser i elevenes formuleringer skiller mellom kodene. I store undersøkelser må det gis helt eksakte retningslinjer for hva som er akseptert i en kode for å sikre reliabiliteten mellom koderne. Minst mulig bør overlates til den enkelte koders skjønn. Denne oppgaven var vanskelig å kode fordi elevene brukte hverdagsspråk og var lite presise i sine formuleringer.

Jeg har forsøkt å gi denne oppgaven en så matematisk kontekst som mulig. Oppgaveteksten ble som følger:

Diagrammet viser antall ran pr. år for 1998 og 1999. Viser denne grafen at det har vært en voldsom økning i antall ran fra 1998 til 1999? Begrunn svaret ditt.

Teksten i min oppgaven er litt annerledes enn i PISA-undersøkelsen. Jeg har ikke beskrevet det som en reporters påstand slik som oppgaven er i PISA-undersøkelsen. Jeg har bedt elevene vurdere om de mener grafen viser at det har vært en voldsom økning i antall ran. Oppgaven er mer matematisk i min undersøkelse. Jeg vil se nærmere på elevenes svarmønster og evne til å formulere seg med et matematisk språk. Konteksten i oppgaven er ikke mye forandret, men jeg gir mindre føring på elevenes svar fordi oppgaven er mer nøytral uten journalisten.

9.1.1 Koder jeg brukte i rettingen av oppgave 4

Jeg har tatt utgangspunkt i kodene fra PISA-undersøkelsen og lagt til kode 05 på 0-poengs nivå.

Full credit

Code 21: No, not reasonable. Fokuses on the fact that only a small part of the graph is shown.

Code 22: No, not reasonable. Contains correct arguments in terms of ratio or precentage increase.

Code 23: Trend data is required before a judgement can be made.

Partial credit

Code 11: No, not reasoable, but explanation lacks detail.

Code 12: No, not reasonable, with correct method but with minor computational errors.

No credit

Code 01: No, with no insufficient or incorrect explanation.

Code 02: Yes, focuses on the appearance of the graph and mentions that the number of robberies doubled.

Code 03: Yes, with no explanation or explanations other than Code 02.

Code 04: Other incorrect responses.

Code 05: *Forklarer hvorfor det er en økning i antall ran.*

Code 99: Missing

tabell 9.1 Oppgave 4

	Min undersøkelse		PISA	
kode	frekvens	prosent	frekvens	prosent
21	39	34,8	189	20,4
22	4	3,6	38	4,1
23	0	0	5	0,5
11	15	13,4	253	27,3
12	0	0	2	0,2
01	3	2,7	42	4,5
02	0	0	24	2,6
03	20	17,9	185	20,0
04	7	6,3	40	4,3
05	2	1,8		
99	21	18,8	148	16,0
Total	112	100	1385	100

9.1.2 Kommentar til resultatet av oppgave 4

Under kodingen av PISA-undersøkelsen så vi at det var endel elever som svarte på oppgaven som om det var et samfunnsfagspørsmål og ikke en matematikkoppgave. Elevene formulerte en forklarende årsak til at det var blitt flere ran, eller bare en konstatering av at det er alt for mye ran. Disse elevene har ikke fått en egen kode i PISA-undersøkelsen. Jeg antar at de fleste av disse svarene har fått kode 03 og noen har fått kode 04 i PISA-undersøkelsen. Jeg har valgt å lage en egen kode for svar av denne typen, kode 05. I PISA-undersøkelsen er det også en del elevsvar som får kode 03 fordi de vurderer ran til en så alvorlig forbrytelse at *"et ran er et for mye"*.

Jeg har forsøkt å bruke de samme retningslinjene som ble brukt under kodingen av PISA-undersøkelsen. Fordi min undersøkelse er mye mindre og det er jeg som koder alle oppgavene er det lettere å holde styr på hva de forskjellige kodene inneholder. Men det er også fort gjort å gjøre de samme feilvurderingene eller se seg blind på enkelte formuleringer i besvarelsene.

Under rettingen av PISA-undersøkelsen ble det bestemt at elevsvar som "nei det er en økning men ikke en voldsom økning" fikk kode 11, mens elevsvar som "nei det er ingen stor økning" fikk kode 01. Jeg har forholdt meg til det samme i koding av min undersøkelse.

I min undersøkelse er det 38,4% av elevene som får kode på topoengnivå. I PISA-undersøkelsen er det 25% av elevene som får en kode med to poeng. Det er tilsvarende forskjell mellom kode 11 i de to undersøkelsene, men her i favør til PISA-undersøkelsen.

Under kodingen av oppgavene i min undersøkelse registrerte jeg en forskjell i antall elever med kode 21 på de forskjellige skolene. Fordi min undersøkelse er så liten er den også oversiktelig og det er lettere å få øye på tendenser i besvarelsene. Jeg har registrert forskjellen mellom skolene i en egen tabell. Mitt utvalg er lite og om en skole har svært gode resultater på denne oppgaven mens de andre ligger på et gjennomsnitt vil resultatet mitt bli preget av det. På skole 1 var det 15 av 45 som fikk kode 21dvs. 33,3%. På skole nr 2 var det 23 av 48 dvs. 47,9%. På skole 3 var det 1 av 22 dvs. 4,5%. Men på den siste skolen er det 3 elever som får kode 22. Det er bare en annen elev fra skole 1, som også har fått denne koden.

Tabell 9.2

	Skole 1		Skole 2		Skole 3	
Kode	Frekvens	Prosent	Frekvens	Prosent	Frekvens	Prosent
21	15	33.3	23	47,9	1	4,5
22	1	2.2	0	0	3	13.6
21+22	16	35,6	23	47,9	4	18
Totalt	45	100	48	100	22	100

Selv om dette er en undersøkelse foretatt på tre forskjellige skoler i Oslo sentrum vest er det stor forskjell på resultatet skolene i mellom på denne oppgaven.

Denne skolen er den med flest elever med fremmedspråklig bakgrunn av disse tre skolene. Av den grunn kunne det være rimelig å anta at elevene her ville hatt større problemer med oppgaver som denne, hvor oppgaven består av tekst og svaret må formuleres med ord (Nhat Xuan Dinh 2002). Skole 2 er en privatskole og er av den grunn spesiell i forhold til utvalget av elever som går der. Alle elever som går på denne skolen har aktivt søkt seg dit. Den sosioøkonomiske bakgrunnen til elevene ved den skolen er ikke representativ for resten av populasjonen.

Skole 1 og skole 3 er naboskoler og henter elever fra et noen lundelike strøk. Her må det være en annen effekt som gir så stor forskjell. Læreren i de forskjellig klassene kan ha mye å si for elevenes oppfatning av hva som er et riktig svar. Lærere legger vekt på litt forskjellig deler av pensum, og det kan være stor forskjell på hvor integrert matematikken er i andre fag.

9.1.3 Kommentar til noen elevsvar i oppgave 4

For å klargjøre hva slags svar ligger i de forskjellige kodene har jeg valgt å presentere et utvalg elevsvar i denne oppgaven. Jeg har tatt med noen eksempler på hvor grensen mellom kode 21 og kode 11 går, og kode 11 og kode 01. Jeg vil også se på kode 05 som bare var med i min undersøkelse. Jeg har gått igjennom et tilfeldig utvalg av besvarelsene fra PISA-undersøkelsen (besvarelser trukket ut til retting for å sikre reliabiliteten mellom retterne) som vil illustrere en forskjell i svarmønsteret mellom de to undersøkelsene.

Nr 1 (Kode 21)

Egentlig har det ikke vært så veldig stor økning av ran. (fra 507-515). Diagrammet ville blitt for stort hvis de hadde fått fra 1 (ran), så de måtte forkorte det.

Nr 30 (Kode 21)

Nei, egentlig ikke. Det har bare vært litt under 10 ran flere i 1999 enn i 1998. Det ser bare sånn ut fordi grafen er innsnevret

Nr 38 (Kode 21)

Nei Y aksen er brutt nede

Nr 36 (Kode 21)

Ja, den gir utrykk for langt større vekst pga. at tallene virker mer stigende og de har brukt lyn tegnet og da virker søylen mindre

Kode 21 inneholder elevsvar som på en eller annen måte gir en forklaring der eleven påpeker at grafen ser slik ut på grunn av grafens utseende. Elevene viser til den brutte y-aksen eller at bare en del av grafen er vist. Det er stor variasjon i elevenes matematisk språk og evne til å utrykke seg i denne koden, men elever som viser til det visuelle bildet av grafen som "lureri" på en grei måte får kode 21.

Nr 72 (Kode 11)

Det er lite mellomrom mellom hver "klasse", ergo "bare" 8 ran mer i 1999.

Nr 79 (Kode 11)
Ja, det viser en økning for i 1999 var det ca 510 ran, og i 1998 var det 507 ran. Men det viser ikke en voldsom økning

Nr 94 (Kode11)
Nei ikke en voldsom økning, men en økning har det vært.

Kode 11 ble gitt til elever som bare kommenterte at det ikke var noen stor økning for eksempel fordi det bare var ca. 8 ran mer. Disse elevene kommenterer ikke antall ran i forhold til det totale antallet. De tar heller ikke stilling til hvordan grafen ser ut.

Nr 3 (Kode 01)
Nei fordi det er små mellomrom mellom vært hakk av tall

Nr 81 (Kode 01)
Nei… fordi de har hoppet over andre ranere

Nr 85 (Kode 01)
Nei høyden pr. ran er stor, men forskjellen er ikke stor

Kode 01 inneholder endel svar som er så vage at de ikke kan få kode 21 eller kode 11. Elevene utrykker seg så uklart at svaret blir meningløst. Det er helt tydelig at de mangler et matematisk språk for å utykke seg klart. Jeg ser ikke bort fra at en del av disse elevene har forstått problemet og at det ville ha kommet frem i en intervju situasjon.

Elevsvar nr. 3 og 81 har jeg vurdert både til kode 21 og 01, men de landet på 01 begge to. Det er et stort fall fra 2 poeng til 0 poeng, men her kommer vanskeligheten i å tolke frem. Hvor godtroende eller velmenende skal vi være mot elevenes formuleringer. Det blir av og til en gjetning av hva vi tror eleven har tenkt. Selv om eleven kanskje har ment å beskrive den brutte y-aksen er svarene for vage og tvetydige til at de kan godtas som riktig.

Nr 26 (Kode 03)
Ja fordi den har steget med 8 ran fra 1998-1999 det er hele 2% økning, det syntes jeg er mye for ran og dømme (det kommer selvfølgelig ann på hvor gråft ran det er snakk om, det koster mye sorg og tårer

Nr 37 (Kode 04)
Den viser bare antall anmeldte ran.

Elev nr. 26 og 37 er to elevsvar som tar stilling til utenom matematiske forhold når de vurderer grafen. Slike begrunnelser gir også inntrykk av at eleven tar stilling ti Disse to svarene passer ikke i kode 05 fordi de ikke begrunner hvorfor det er mange ran.

Bare to elever har fått kode 05. Jeg forventet egentlig at ingen skulle få denne koden i min undersøkelse. Hele testsituasjonen er en annen enn i PISA-undersøkelsen og det er opplagt for elevene at det er en matematikk undersøkelse de er med på. For begge besvarelsene som har fått 05 i min undersøkelse, er det etter min mening grunn til å diskutere om de kan regnes for seriøse. Den første (nr 14) har noe seriøst over seg i den andre kommentaren, men

- ”fordi jeg har økt den” er en så sleivete kommentar at jeg har vondt for å ta eleven alvorlig. Det er uansett tydelig at begge elevene kommer med en forklaring på hvorfor antall ran har steget. Om det er fordi de ikke har forstått oppgaven eller om det bare er tull er ikke godt å si så lenge jeg ikke kjenner elevene.

Nr 14 (Kode 05)
fordi jeg har økt den? Kanskje flere innvandrere eller 2000 problemet

Nr 41 (Kode 05)
Fordi det har kommet flere pakkelakks

De elevsvarene som gjorde at jeg synes denne koden var interessant i PISA-undersøkelsen var seriøse i sine forsøk på å forklare hvorfor det var så mye mer ran.

9.2 Elevsvar fra PISA-undersøkelsen (M179Q01)

Fra PISA-undersøkelsen har jeg valgt å ta med noen oppgaver som illustrerer elevenes svar. Alle disse svarene har en begrunnelse eller en forklaring som ikke er matematisk men de viser en bekymring for utviklingen og argumenterer for hvorfor det er slik. Elevsvar av denne typen opplevde at det var en del av i PISA-undersøkelsen. Elevene skal begrunne svaret sitt, og i den sammenhengen glemmer de at dette er en matematikkoppgave.

Nr 02-065-00017 (Kode 03)
Reporterens påstand er rimelig da dette diagrammet viser en økning i antall ran pr. år med kun ett år mellom målingene. Det virker truende for fremtidens ransøkning med så kraftig økning på et år.

Nr 02-081-00022 (Kode 03)
Eg meinar at det er ei rimleg tolking av diagrammet, fordi at ran er en alvorlig sak og denne tabellen viser at det har vore 15 fleire ran i 1999 enn i 1998 det er egentlig en god del når det kan eigentleg hindrast.

Nr 02-001-00012 (Kode 03)
Ja det har økt, men jeg vet ikke hvor mye. Det er flere ungdommer som raner folk. Har ikke offeret penger, tar ranerene klær og sko osv. I know….

Nr 02-050-00017 (Kode 03)
Reporterens påstand er riktig. Økningen er stor. Grunnen til dette er vel det voksende kriminelle miljøet over hele landet.

Nr 02-139-00003 (Kode 04)
Det er rett for det skjer mer og mer ran og voldsepisoder i hverdagen. Bare på grunn av voldsfilmer som går på TV.

(Kodene jeg oppgir til elevsvar fra PISA-undersøkelsen er de som faktisk ble gitt i siste retterunde for å sikre reliabiliteten retterne imellom)

9.3 Oppsummering av oppgaveenheten

Det er mellom kode 11 og kode 21 det er størst forskjell mellom PISA-undersøkelsen og min undersøkelse i frekvenstabellen. Jeg har som sagt gått igjennom elevsvarene flere ganger og også fått andre til å vurdere oppgavene. Jeg står allikevel igjen med 34,8% på kode 21 mens PISA-undersøkelsen har 20,4%.

Fordi skolene i min undersøkelse er så forskjellige antar jeg at det også kan ha vært tilfelle i PISA-undersøkelsen. Min undersøkelse er så liten at en skole med avvik fra "normalen" vil gi store utslag på svarfrekvens fordelingen.

Utenom disse to kodene er fordelingen mellom kodene forholdsvis lik i PISA-undersøkelsen og i min undersøkelse.

Det er forskjell på svarene i PISA-undersøkelsen og i min undersøkelse når det gjelder begrunnelsen elevene gir på om det har vært en kraftig økning eller ikke. I PISA-undersøkelsen var det mange elever som begrunner svaret med årsaker i samfunnet og ikke journalistens presentasjon av antall ran i diagrammet. Elev nr 26 i min undersøkelse har vurdert antall ran ut ifra at det er ran det er snakk om og ikke for eksempel en økning i antall hunder i nabolaget. Elevene ser på ran som en så alvorlig ting at en økning uansett er alvorlig. Som en elev skrev i sin besvarelse i PISA-undersøkelsen, "et ran er et for mye". Frykten for selv å bli ranet er reell for en del elever i ungdomsskolealder (elev nr 02-001-00012).

Min undersøkelse ble gjort i en matematikktime med matematikk lærer til stede. Undersøkelsen ble presentert som en matematikkundersøkelse og jeg presenterte meg som hovedfagsstudent i matematikkdidaktikk. Alt dette gjør det klarere for eleven at det er en matematikkoppgave de løser. I PISA-undersøkelsen kan det se ut som om enkelte elever vurderer dette i et samfunns faglig perspektiv. Situasjonskonteksten har hatt en betydning for besvarelsen av denne oppgaven.

10. Vekst (M150Q)

Denne oppgaven består av tre spørsmål som kommer etter presentasjonen av en graf som viser gjennomsnittshøyden til gutter og jenter i Nederland i 1998. Oppgaveenheten er ikke frigitt av PISA.

I PISA-undersøkelsen står spørsmålene i oppgave M150 under overskriften "Vekst" og er presentert etter en grafisk fremstilling av gjennomsnittshøyden til gutter og jenter. Rekkefølgen på spørsmålene i oppgaven er i praksis likegyldig for løsningen av oppgaven. Det ble observert noen feilsvar under rettingen av PISA-undersøkelsen som kan ha med rekkefølgen av spørsmålene og presentasjonen av grafen å gjøre. Det er ikke kodet for denne typen feilsvar i PISA-undersøkelsen, så kommentarer til det blir etter mitt inntrykk. I PISA-undersøkelsen er det oppgaver fra kompetanseklasse 1 og 2 i denne oppgaveenheten.

I min undersøkelse har jeg byttet om på rekkefølgen av de tre spørsmålene i denne oppgaven i forhold til rekkefølgen i PISA-undersøkelsen. Jeg velger her å presentere dem i den samme rekkefølgen som de presenteres i PISA-undersøkelsen. Spørsmålene presenteres selvstendig og har ingen felles overskrift utover "Oppgave 5".

10.1 Oppgave 5b

Oppgave 5b i min undersøkelse:

Siden 1980 har gjennomsnittshøyden for 20 år gamle jenter økt med 2,3 cm til 170,6 cm. Hva var gjennomsnittshøyden for 20 år gamle jenter i 1980?

Elevene skal foreta en enkel subtraksjon. Regnestykket må elevene sette opp selv etter å ha lest et tekstspørsmål om forandringen i gjennomsnittshøyden til 20 år gamle jenter siden 1980. I PISA-undersøkelsen var det 64,2% av elevene som har svart riktig på denne oppgaven. Jeg synes 64.2% er lite fordi den matematiske utfordringen er svært lett. Dette er en enkel oppgave i kompetanseklasse 1.

Jeg har valgt å ha med dette spørsmålet i min undersøkelse fordi jeg vil se nærmere på hva slags feil elevene gjør i denne oppgaven. Jeg har et mindre antall elevsvar i min undersøkelse og har større mulighet til å gå nærmere inn på hva som er vanskelig for elevene når de får feil svar på en enkel subtraksjonsoppgave. Ordlyden i dette spørsmålet i min undersøkelse er den samme som i PISA-undersøkelsen. Jeg vil undersøke om det er selve subtraksjonen elevene ikke får til eller om de ikke greier å lese spørsmålet. Kode 02 er en kode som samler opp alle svar som ikke passer i noen andre koder. Denne koden forteller oss ingen ting om hva slags feil elevene gjør. Fordi spørsmålet i PISA-undersøkelsen blir presentert etter en grafisk fremstilling av gjennomsnittsalderen til gutter og jenter var det noen elever som forsøkte å bruke grafen til å finne et svar. Det ble ikke kodet for å registrere denne feilen i PISA-undersøkelsen. Det blir ingen slike misforståelser i min undersøkelse, fordi jeg presenterer dette spørsmålet uten at spørsmålene rundt har noe med alder å gjøre.

Jeg bruker de samme kodene som i PISA-undersøkelsen på dette spørsmålet.

10.1.1 Kodene jeg brukte i rettingen av spørsmål 5b:

Full credit
Code 11: 168,3 cm (unit already given)[5]

No credit
Code 01: 172,9 cm (The sum of the two numbers in the stem)

Code 02: Other responses

Code 99: Missing

tabell 10.1 Oppgave 5b

	Min undersøkelse		PISA	
kode	frekvens	prosent	frekvens	prosent
11	59	52,7	889	64,2
01	0	0	25	1,8
02	7	6,3	280	20,2
99	46	41,1	191	13,8
total	112	100	1385	100

10.1.2 Kommentar til oppgave 5b

På dette spørsmålet er det 41,1% blanke i min undersøkelse og bare 13,8% blanke besvarelser i PISA-undersøkelsen. Dette er et spørsmål som egentlig er lett. Forskjellen er også stor på elever som får koden 02. Kode 02 er koden for andre feilsvar. Det betyr at alle som ikke leverer blank eller skriver noe som ikke passer i de andre definerte kodene får kode 02.Under rettingen av PISA-undersøkelsen var det mange elever som skrev tull eller bare kludret. Disse elevene kommer da i kode 02 selv om spørsmålet ikke er forsøkt besvart. I PISA-undersøkelsen er det egentlig bare én type feilsvar vi kan si noe om, nemlig de som har fått kode 01. Kode 02 blir en samlesekk det ikke er mulig å si mye om. I min undersøkelse er det bare en elev som får kode 02 fordi eleven har klusset på besvarelsen. Bare 6,3 % av elevene har fått kode 02.

Ca 88% av elevene som har svart på denne oppgaven har fått kode 11 i min undersøkelse. Av de som har svart i PISA-undersøkelsen har 66% riktig svar.

[5] I PISA-undersøkelsen var enhet i svaret allerede gitt. I min undersøkelse var ikke enhet gitt. Det er ingen i min undersøkelse som har riktig svar og feil enhet. Noen har utelatt enhet, og de har jeg gitt kode 11 hvis svaret ellers var riktig.

Min undersøkelse er gjort under andre forhold enn PISA-undersøkelsen. Jeg kom i en klassesituasjon og ble presentert av matematikklæreren i en matematikk time. Jeg var en enkelt person med en liten undersøkelse som jeg presenterte selv. Effekten av at svarene betydde noe for meg som hovedfagstudent og at matematikklæreren var til stede gir elevene mer ansvarsfølelse for det de svarer.

Plasseringen i oppgaveenheten har også hatt en effekt på antall blanke besvarelser i min undersøkelse i forhold til PISA-undersøkelsen. I min undersøkelse er denne oppgaveenheten den femte av i alt syv enheter. Det er et økende antall blanke besvarelser utover i min undersøkelse. At det er flere riktige besvarelser blant de elevene som har svart i min undersøkelse kan komme av to ting. Det er antagelig de svakeste elevene som ikke kommer så langt at de rekker denne oppgaveenheten, og det er generelt mindre kluss og tullesvar på besvarelsene i min undersøkelse.

Ingen av elevene i min undersøkelse har fått kode 01. Det var heller ikke mange elevsvar som fikk denne koden i PISA-undersøkelsen. De elevene som får denne koden har misforstått spørsmålet eller de har ikke greid å lese spørsmålet. Koden er gitt til de elevene som legger sammen tallene i stedet for å trekke fra.

Under rettingen av PISA-undersøkelsen hadde vi noen elever som rundet av svaret fra *168,3* til *168*. Det er ikke vanlig å oppgi høyden med desimaler i hverdagssammenhenger. Hele denne oppgaven har en fysiologisk kontekst i PISA-undersøkelsen, der resten av spørsmålene også handler om jenter, gutter og deres høyde. I min undersøkelse er det ingen av elevene som har gjort en slik avrunding. Min undersøkelse har en skolekontekst og da skal svaret vanligvis ha like mange desimaler som oppgaven.

10.1.3 Kommentar til noen elevsvar

Fordi det er elevenes feil jeg vil se nærmere på i dette spørsmålet er det elevene som får kode 01 eller 02 som er interessante å se nærmere på. Kode 01 er det ingen elever som får i min undersøkelse. Det er bare 7 besvarelser med kode 02 i min undersøkelse.

Nr. 53 (Kode 02)

$$\begin{array}{r} 170{,}6 \\ \underline{-2{,}3} \\ =\underline{\underline{167{,}7}} \end{array}$$

Gjennomsnittshøyden for 20 år gamle jenter var 167,7 cm i 1980

Denne eleven vet hva som skal gjøres for å løse oppgaven, men eleven har ikke klart å utføre subtraksjonen riktig. Av de syv elevene som har fått kode 02 i min undersøkelse er det bare en som ikke har forsøkt å regne oppgaven. De seks andre er forskjellige former for utregningsfeil eller mangel på utregning, og ingen av dem er like.

Nr. 97 (Kode 02)

$170{,}6cm - 2{,}3cm$

Nr. 109 (Kode 02)
Det er jo bare å trekke fra 2,3 *cm fra* 170,6 *cm.*

170,6 - 2,3 = 177,3

Gjennomsnittshøyden var 177,3 *cm*

Elevene viser at de greier å lese spørsmålet ved at de setter opp regnestykket riktig. Men utregningen er feil.

10.1.4 Oppsummering

I min undersøkelse er det utregningsfeil som gir feil svar på denne oppgaven. Elevene setter opp riktig regnestykke, men greier ikke å utføre subtraksjonen riktig.

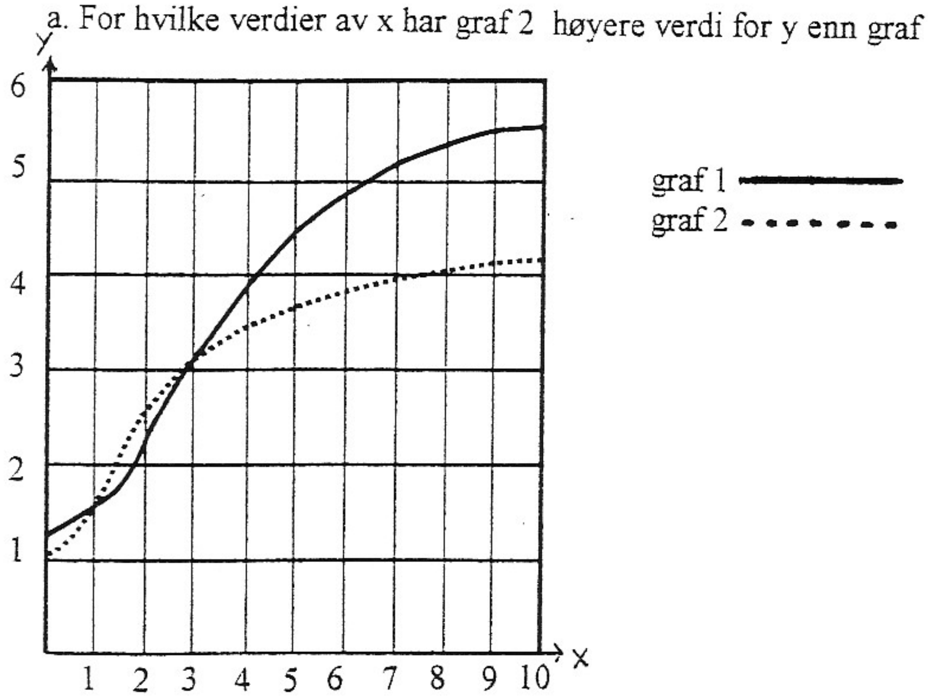
Det er mange blanke besvarelser i min undersøkelse, og vi kan ikke vite hvordan disse ville fått til denne oppgaven.

10.2 Oppgave 5a

I min undersøkelse er oppgaven formulert slik:

Oppgave 5

a. For hvilke verdier av x har graf 2 høyere verdi for y enn graf 1 ?



I PISA-undersøkelsen ble dette spørsmålet knyttet til forskjellen i gjennomsnittshøyde mellom gutter og jenter.

Elevene skal lese av et intervall på x-aksen. Spørsmålet virker ikke spesielt vanskelig i PISA-undersøkelsen. Under kodingen av PISA-undersøkelsen registrerte vi en del elever som bare oppgav deler av det riktige intervallet som svar. Jeg lurte på om det var den biologiske konteksten som gjorde at elevene ikke oppgav det riktige intervallet til svar, men bare antydet en alder i det riktige intervallet. I PISA-undersøkelsen var oppgaven presentert i en kontekst som hadde med alder og gjøre. Det er ikke uvanlig i hverdagstale og snakke om tolvårsalderen og da tenke på alle mellom 12 og 13 år. Det er ingen formell inndeling mellom matematikkoppgaver, naturfagoppgaver eller norskoppgaver i PISA-undersøkelsen slik at elevene blir oppmerksom på at dette er en matematikkoppgave. Jeg ønsket å undersøke om en helt matematisk kontekst fører til flere riktige intervall og færre ”delvise” intervall. Jeg mener oppgaven er i kompetanseklasse 2 både i PISA-undersøkelsen og i min undersøkelse. Konteksten er forandret i denne oppgaven fra å være nivå 2 etter Jan de Lange (kap 3.4) sin definisjon i PISA-undersøkelsen til en ren skolekontekst i min undersøkelse

Jeg har byttet ut koordinatsystemet der aksene var høyde og alder med et koordinatsystem der aksene har samme tallskala. Oppgavekonteksten er forandret ved å gi oppgaven som en matematikkoppgave uten relasjon til noe praktisk problem.

Kodene jeg brukte i dette spørsmålet er litt utvidet i forhold til kodene i PISA-undersøkelsen på 0 poeng nivå. Kode 22 er ikke brukt fordi den ikke var aktuell etter forandringen av teksten i spørsmålet. Jeg har valgt å lage en ny kode for riktig svar. Kode 20 i min presentasjon tilsvarer kode 21 og 22 i PISA-undersøkelsen.

I kode 12 har jeg ikke godtatt desimaltall for eksempel 1,5 fordi det er vanskelig å si om dette er et desimaltall eller et feil intervall. Kode 12 er bare for elevbesvarelser som har med tallene 1, 2 eller3.

Jeg presenterer kodene fra PISA-undersøkelsen i originaltekst på engelsk og de kodene jeg selv velger å legge til eller tilføyelser i PISA-undersøkelsens koder skriver jeg på norsk og i kursiv.

10.2.1 Koder jeg brukte i rettingen av oppgave 5a

Full credit
Code 20: *Intervallet* $(1 < x < 3)$

Code 21: Gives the correct interval, from 11-13 years.

Code 22: States that girls are taller than boys when they are 11 and 12 years old.

Partial credit
Code 11: An interval approximating the correct interval. The lower border in the interval should be in the range (10,75-11,25) and the upper border (12,75-13,25)

Code 12: Other subsets of (11, 12, 13), not included in the full credit section. *Eller delmengde av intervallet* $1 < x < 3$ *i min undersøkelse.*

No credit
Code 00: Other responses

Code 02: *feil intervall*

Code 03: *endeverdiene til graf 1 og graf 2, 4,2 og 5,5*

Code 05: *1,5 -3 (leser av y-akse)*

Code 99: Missing

Tabell 10.2 Oppgave 5a

	Min undersøkelse		PISA	
Kode	frekvens	prosent	frekvens	prosent
20	25	22,3		
21			668	48,2
22			90	6,5
11	2	1,8	4	0,3
12	12	10,7	349	25,2
00	13	11,6	115	8,3
02	2	1,8		
03	2	1,8		
05	2	1,8		
99	54	48,2	159	11,5
Total	112	100	1385	100

10.2.2 Kommentar til resultatet av oppgave 5a

Det er 54,7% av elevene som har riktig svar på spørsmålet i PISA-undersøkelsen. I min undersøkelse er det bare 22,3% av elevene som får kode 20. Andelen blanke besvarelser er mye høyere i min undersøkelse enn i PISA-undersøkelsen.

Fem av elevene i min undersøkelse gir uttrykk for at dette var vanskelig. Spørsmålet er det første i oppgave 5, men det har flest blanke besvarelser av spørsmålene i oppgave 5 og færrest besvarelser med riktig svar. Mange blanke besvarelser tyder på at oppgaven ble oppfattet som vanskelig.

Det ser ut som om et praktisk problem knyttet til grafene gjorde dette spørsmålet enklere i PISA-undersøkelsen enn i min undersøkelse.

20,6% Av elevene som svarte (ikke leverte blankt) fikk kode 12 i min undersøkelse. Det tilsvarende tallet i PISA-undersøkelsen er 28,5%. Kode 12 er elever som gir en delmengde av det riktige intervallet som svar. På grunn av den økende andelen blanke besvarelser i min undersøkelse er det umulig å si om forskjellen i antall besvarelser med kode 12 skyldes konteksten i oppgaven eller det faktum at flere elever aldri kom så langt. Det er ikke helt tilfeldig hvilke elever som ikke rekker alt utover i et oppgavesett.

Alle kodene på 0 poengnivå i min undersøkelse kan summeres og tilsvarer da kode 00 i PISA-undersøkelsen. 17% av besvarelsene i min undersøkelse har derfor kode 00 hvis jeg bruker PISA-undersøkelsens kodesystem.

10.2.3 Kommentar til noen elevsvar

Jeg har valgt å presentere noen av elevsvarene på dette spørsmålet som illustrerer elevenes mangel på matematisk notasjon når de skal angi et intervall og tolkninger jeg foretokk under kodingen av denne oppgaven.

Nr. 42 (Kode 20)
"1 < >3"

Eleven har klusset over et annet forslag "<1 og 3<". Jeg antar eleven mener at graf 2 har høyere verdi enn graf 1 for x>1 og x<3. Denne eleven greier ikke å skrive dette svaret på en riktig måte. Jeg har valgt å gi eleven kode 20 fordi "intervallet" er riktig selv om notasjonen er feil. Alternativet er kode 00 for andre feilsvar.

Nr.103 (Kode 20)
"(1 . 1,5) - (3 . 3)"

Her har eleven oppgitt koordinatene til endepunktene av intervallet isteden for bare x-verdiene. Eleven har ikke forstått oppgaven helt. Alternativ kode ville også her være kode 00.

Nr. 14 (Kode 00)
”1,5”

Det er ikke godt å vite om dette er et intervall eller et desimaltall når eleven ikke skriver mer. Jeg ser på svaret som et desimaltall. Eleven kan ha lest av svaret på y-aksen siden graf 1 og graf 2 har skjæringspunkt i (1, 1,5)

Nr. 82 (Kode 00)
”Graf 2 ----” 2,5"”

"2,5" Kan både være et intervall eller et punkt på en av aksen. Hvis det er et intervall eleven angir er det ikke umulig at eleven har ment at fem tallet er et slurvete tre tall. Denne besvarelsen er slurvete skrevet. Jeg tror eleven mener 2,5. Visuelt kan det se ut som om avstanden mellom de to grafene er størst i punktet 2,5 på y-aksen. Dette blir et usikkert tolknings spørsmål. Slike problemer oppstår hele tiden i koding av oppgaver. Når hensikten med en undersøkelse er å finne ut noe om elevenes evne til å løse oppgavene ønsker man minst mulig støy fra tolkninger som selvfølgelig kan være feiltolkninger av elevens egentlige tanke da oppgaven ble løst. Jeg har gitt eleven kode 00 fordi jeg mener at jeg ikke har anledning til å tolke inn mening i elevsvar når det ikke går klart frem hva eleven mener.

10.2.4 Oppsummering

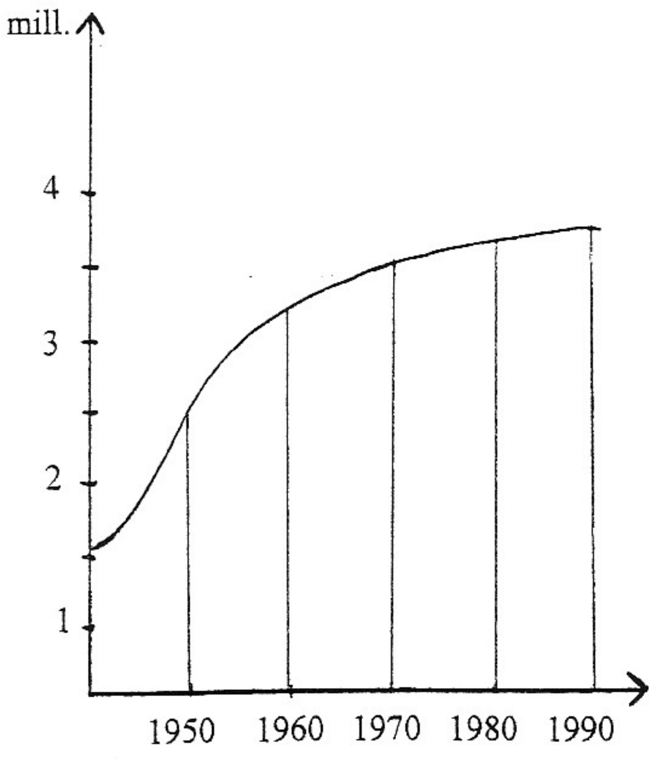
Med denne oppgaven ønsket jeg å se på svarene i kode 12 i PISA-undersøkelsen. Kode 12 er gitt til elever som bare oppgir en delmengde av det riktige intervallet. De forandringene jeg gjorde viste seg å gjøre oppgaven så mye vanskeligere at jeg ikke kan si noe om elevenes evne til å oppgi svaret som et matematisk korrekt intervall. Jeg observerer derimot at en praktisk kontekst ser ut til å hjelpe elevene når de løser denne oppgaven. Det er mulig at elever er vant til å bruke grafiske fremstillinger på praktiske problemer, og at min presentasjon av spørsmålet uten relasjon til noe praktisk problem var uvant for elevene.

Jeg ser også i ettertid at skalaen på x-aksen og y-aksen med fordel kunne vært forskjellig slik at svar som var lest av på feil akse var lettere å skille ut.

10.3 Oppgave5c

I min undersøkelse er oppgaven presentert slik:

c. Grafen viser utviklingen i folketallet i et land. Hvordan kan vi se av grafen at veksten i folketallet avtar etter 1950?



Denne oppgaven er forandret en del i forhold til oppgaven i PISA-undersøkelsen. I PISA-undersøkelsen blir elevene bedt om å forklare hvordan de kan se av grafen som er gitt at jenters veksthastighet avtar i gjennomsnitt etter 12 års alderen. For å besvare denne oppgaven må elevene kunne tolke en grafisk fremstilling, og ha matematisk språk til å formidle resultatet.

Spørsmålet er egentlig den samme som i PISA-undersøkelsen, men mitt er enklere siden det ikke er snakk om et gjennomsnitt av høyden til en populasjon, men det faktiske antallet mennesker i et land, og fordi grafen de skal kommentere er alene i et diagram.

En del elever besvarte denne oppgaven i PISA-undersøkelsen som om det ble spurt om hvorfor jenters veksthastighet avtar etter 12 års alderen. Hadde biologiske forklaringer på hvorfor veksthastigheten avtar tidligere for jenter enn for gutter. I PISA-undersøkelsen er den foregående oppgaven knyttet til sammenligning mellom gutter og jenter, når jenter i gjennomsnitt er høyere enn gutter.

Jeg vil å se nærmere på elevenes evne til å formulere seg matematisk. Oppgavekonteksten er anderledes i min undersøkelse. Jeg har valgt å presentere bare "jente" grafen fra PISA-undersøkelsen sitt diagram. Jeg presenterer grafen som utviklingen i folketallet i et land i stedet for gjennomsnittshøyden for jenter. Elevene får bare en graf i diagrammet i stedet for to som det er i PISA-undersøkelsen. Jeg har forenklet spørsmålet ved å fjerne en del "støy".

Noen av kodene fra PISA-undersøkelsen er uaktuelle i forhold til min oppgave og derfor er de ikke brukt. Jeg har brukt koder fra PISA-undersøkelsen der det er naturlig. Jeg har delt opp kode 03 og lagt til kode 04, 05 og 06. Det vil si at kode 04, 05 og 06 i min undersøkelse kan legges sammen og vil da tilsvare kode 03 i PISA-undersøkelsen.

10.3.1 Koder jeg brukte i rettingen av oppgave 5c:

Full credit

Code 11: Refers to the reduced steepness of the curve from *1950 årene*, using daily-life language, not mathematical language.

Code 12: Refers to the reduced steepness of the curve from *1950 årene*, using mathematical language.

Code 13: Comparing actual growth.

No credit

Code 01: Student indicates that female height drops below male height, but does NOT mention about the steepness of the female graph or comparison of the female growth rate before and after 12 years.

Code 02: The response does not refer to the caracteristics of the graph, as the question clearly asks about how the GRAPH shows...

Code 03: Other incorrect answers

Code 04: *Svak beskrivelse, ikke god nok for kode 11.*

Code 05: *Forteller at de ser grafen stiger*

Code 06: *Andre feilsvar*

Code 99: Missing

Tabell 10.3 Oppgave 5c

	Min undersøkelse		PISA	
kode	frekvens	prosent	frekvens	prosent
11	33	29,5	570	41,2
12	1	0,9	5	0,4
13			16	1,2
01			39	2,8
02	1	0,9	162	11,7
03			307	22,2
04	4	3,6		
05	20	17,9		
06	6	5,4		
99	47	42	286	20,6
total	112	100	1385	100

10.3.2 Kommentar til resultatet av oppgave 5c

Denne oppgaven er vanskelig å kode fordi det er så mange forskjellige måter elevene formulerer seg på. Jeg har bare en elev som refererer til at stigningstallet avtar. De øvrige besvarelsene består av mer eller mindre vellykkede hverdagsformuleringer

Det er også på denne oppgaven flere blanke besvarelser enn i PISA-undersøkelsen. Andelen blanke besvarelser har sunket litt i forhold til oppgave 5a i min undersøkelse. Denne oppgaven har hverdagskontekst i motsetning til 5a som har skolekontekst.

Antall besvarelser med kode 02 er 0,9% i min undersøkelse, mens PISA-undersøkelsen har 11.7% besvarelser med kode 02.

Kode 04, 05 og 06 kan slås sammen til kode 03 i PISA-undersøkelsen. De fleste elevene på 0 poeng nivå i min undersøkelse har fått kode 05. Disse elevene har ikke oppfattet oppgaven riktig, fordi de har svart at de ser grafen stiger og ikke at stigningstallet avtar. Denne koden er ikke med i PISA-undersøkelsen.

Jeg har gått igjennom resultatene og delt opp i skole nr 1, 2 og 3 på dette spørsmålet også på grunn av resultatet i oppgave 4. Der viser det seg å være stor forskjell mellom skolene. Dette er også en grafisk fremstilling som elevene blir bedt om å si noe om. På denne oppgaven var det ingen vesentlig forskjell mellom skolene. På skole 1 var det 14 av 45elever som fikk kode 11. På skole 2 fikk 15 av 48 elever kode 11 eller kode12 (en elev fikk kode 12). På skole 3 fikk 6 av 22 elever kode 11.

For å eksemplifisere elevenes ”matematiske” språk og klargjøre grensene mellom kodene har jeg kommentert noen elevsvar fra min undersøkelse.

10.3.3 Kommentar til noen elevsvar

Det finnes nesten ikke to like svar på dette spørsmålet i min undersøkelse. Bare en elev har brukt begrepet stigningstall og fått kode 12.

Nr.64 (Kode 12)
Grafen stiger ikke så bratt lenger. Stigningstallet avtar

Besvarelsene med kode 11 er en mengde forskjellige formuleringer. Jeg tar med noen eksempler for å vise litt av variasjonen i besvarelsene.

Nr.7 (Kode 11)
fordi høyden / avstanden for hver strek blir mer jevn

Nr.22 (Kode 11)
grafen slakkes ut, den er ikke så bratt lenger

Nr.45 (Kode 11)
fordi grafen jevner seg mer ut i ytterkant av tabellen

Nr.11 (Kode 11)
For i starten av grafen (til 1950) var det en veldig økning av folketallet. Grafen går nesten rett opp. Men i de senere årene har folketallet økt mer jevnt og ikke så fort.

Besvarelser av denne typen var mye oppe til diskusjon under kodingen av PISA-undersøkelsen, og det er notater fra denne diskusjonen som ligger til grunn for mine vurderinger i min undersøkelse. Det er i forhold til besvarelser som får kode 04 at grensene kan være uklare.

Nr.14 (Kode 04)
Veldig utover bue

Nr.108 (Kode 04)
fordi den stiger gradvis

Det var litt overraskende at 17,9% i min undersøkelse fikk kode 05. Jeg hadde forventet flere med kode 04. Elevene som har fått kode 05 har ikke oppfattet spørsmålet riktig. Disse elevene fokuserer på at grafen stiger.

Nr 2 (Kode 05)
går oppover, det ser man helt klart og tydelig

Nr.26 (Kode 05)
fordi streken går høyere opp

Nr.36 (Kode 05)
P.g.a. at den stiger og vi ser en plutselig stigning - noe som vi ser veldig tydelig

Jeg har bare en elev som har fått kode 02 i min undersøkelse.

Nr.33 (Kode 02)
kriger slutt, masse barn

10.3.4 Oppsummering

En av kodene som skiller resultatet fra PISA-undersøkelsen fra min undersøkelse på denne oppgaven er kode 02. I PISA-undersøkelsen får elevene denne koden hvis de begrunner hvorfor jenter er høyere enn gutter i denne aldersgruppen med biologisk forklaring som at de kommer tidligere i puberteten eller tilsvarende utsagn. I min undersøkelse er den biologiske konteksten til hele oppgaveenheten fjernet. Jeg antar at fjerningen av den biologiske konteksten og det at oppgaven ble gitt i en matematikktime er årsaker som har påvirket svarmønsteret.

En stor andel av elevene som får koder på null poeng nivå får kode 05 i min undersøkelse. Det er mulig at elevene med denne koden ikke har oppfattet spørsmålet riktig, eller at de har problemer med å formulere seg presist. Jeg har ingen mulighet til å se på dette resultatet i forhold til leseferdigheter, men jeg synes det kunne være interessant å se etter en sammenheng her.

11. Skritt (M124)

Jeg har denne oppgaveenheten som den siste i min undersøkelse. Denne oppgaveenheten er ikke frigitt av PISA og oppgaven er derfor bare presentert i vedlegg i denne hovedfagsoppgeven.

Denne oppgaveenheten var dårlig besvart i PISA-undersøkelsen. Det var menge blanke besvarelser på denne oppgaveenheten. Elevene skal finne ut av Harald sin skrittlengde når farten er gitt og en formel for Harald sin måte å gå på. I den andre oppgaven i oppgaveenheten skal oppgaven løses med den samme formelen, men elevene får nå oppgitt skrittlengden. I denne oppgaven skal de regne ut faren i meter pr. minutt og kilometer pr. time. Denne oppgaven har en konstruert kontekst som tilsvarer kontekstnivå en i Jan de Lange sin definisjon om kontekstnivåer. Konteksten er ikke essensiell, og den gir bare en forklaring på problemet i oppgaven. Jeg har fjernet konteksten i oppgaven og et bilde av fotavtrykkene til en mann som går. Jeg har valgt å gi elevene formlene til utregning, og vil se på elevenes evne til å sette inn verdier i formlene og evnen til å løse utrykkene ved utregning. Etter PISA-undersøkelsen sin definisjon av kompetanseklasser vurderer jeg denne oppgaven til kompetanseklasse en. Både i PISA-undersøkelsen og i min undersøkelse er dette en oppgave som løses med standard algoritmer.

Denne oppgaveenheten har jeg delt opp på en helt annen måte enn PISA-undersøkelsen. I min undersøkelse er denne oppgaveenheten delt i to enheter og hver enhet er delt i to oppgaver. Det elevene regnet ut med to oppgaver i PISA-undersøkelsen er altså delt i fire oppgaver i min undersøkelse. Jeg har valgt å dele opp oppgaven for å finne ut av hvor elevene faller av og jeg har presentert oppgaveenhetene i en ren skolekontekst med formler der den ukjente skal finnes ved utregning. Oppgavene er gitt i en annen rekkefølge i min undersøkelse for å gi elevene den enkleste utfordringen først. Hensikten er at færrest mulig av elevene skal gi opp før de har prøvd å løse oppgavene.

Jeg velger her å presentere oppgaveenheten slik rekkefølgen på utfordringene elevene møter er i PISA-undersøkelsen.

11.1 Oppgave 6b

Formelen $\frac{n}{p} = 40$ *gir forholdet mellom n og p.*

b. Bruk formelen og finn p når n = 70.

I den første skrittoppgaven i PISA-undersøkelsen er det gitt en formel for Haralds måte å gå på. Elevene skal sette inn i formelen og å løse den. Det er en vanskelig ligning for mange fordi den ukjente er nevneren i brøken.

Denne oppgaven heter 6b i min undersøkelse. Jeg har bare gitt elevene formelen, men ingen forklaring til at det har med skritt lengder å gjøre. Kombineringen blir enklere fordi symbolene ikke har referanser i tekst, men bare refereres som symboler i en gitt formel.

Jeg har brukt koder fra PISA-undersøkelsen på denne oppgaven.

11.1.1 Koder jeg brukte i rettingen av oppgave 6b

Full credit
Code 20: 0,5m or 50cm or 1/2, (unit not required)

Code 11: Correct substitution of numbers in the formula, but no futher working out.

Code 12: Correct substitution of numbers in the formula, but woking out is incorect

Code 13: Coectly manipulated the formula into P = n/140, but no further correct working

No credit
Code 01: The answer 70 (units not required) is given

Code 02: Other incorrect responses

Code 99: Missing

Tabell 11.1 Oppgave 6b

	Min undersøkelse		PISA	
Kode	frekvens	prosent	frekvens	prosent
20	17	15,2	196	21,4
11			26	2,8
12			71	7,8
13			0	0
01			31	3,4
02	23	20,5	246	26,9
99	72	64,3	346	37,8
total	112	100	916	100

11.1.2 Kommentar til resultatet av oppgave 6b

Det er lav svarfrekvens på denne oppgaven i min undersøkelse. PISA-undersøkelsen har større svarprosent og større prosentandel av elever som får til oppgaven enn det er i min undersøkelse. Hvis jeg bare ser på antall elever som ikke har levert blank og som får kode 21, så er prosenten i min undersøkelse 42,5% mens PISA-undersøkelsen har 34.3%. Av de elevene som prøver seg på oppgaven, er det flere som får den til i min undersøkelse enn i PISA-undersøkelsen. Jeg antar at mye av skylden for den lave svarfrekvensen i min undersøkelse skyldes plasseringen i oppgaveheftet, og at det er de flinkeste elevene i min undersøkelse som har svart på denne oppgaven fordi det var disse elevene som kom så langt.

11.2 Oppgave 6a, 7a og 7b

Oppgave 6a, 7a og 7b er en oppdeling av den andre skritt oppgaven i PISA-undersøkelsen (oppgave M124Q03). I den andre skritt oppgaven i PISA-undersøkelsen er det Bjarte som har en annen skritt lengde, men den samme formelen gjelder for han også. Elevene blir bedt om å regne ut farten Bjarte går med både i meter per sekund og kilometer per time. Elevene må først regne ut antall skritt per minutt. Så kan de finne meter per minutt før de gjør om til kilometer i timen.

Oppgave 6a er en mellomregning som elevene måtte foreta for å komme frem til riktig svar i PISA-undersøkelsen. Oppgaveteksten i min undersøkelse er som følger:

Regn ut n når p = 0,80.

Oppgave 7 i min undersøkelse er en oppdeling av de to spørsmålene i oppgave M124Q03 i PISA-undersøkelsen.

En mann går 112 skritt pr. minutt. Lengden på skrittene er 0,80m.

a. Hvor fort går han i meter pr minutt?

b. Hva blir farten i kilometer i timen?

Dette virket som en vanskelig oppgave i PISA-undersøkelsen. Det var 59,8% blanke besvarelser på denne oppgaven. Oppgaven er i kompetanseklasse en i PISA-undersøkelsen. Konteksten i PISA-undersøkelsen er skritt lengden og farten til en person som går

Denne oppgaven har jeg delt i tre oppgaver hvor oppgave 7 a og b kan løses uten å ha fått til bruken av formelen i foregående oppgavene. Dette gir alle en mulighet til å gå videre selv om de gjør en feil, eller ikke får til noe av oppgaven.

11.2.1 Koder fra M124Q3 i PISA-undersøkelsen

Full credit

Code 31: Correct answers (unit not required) for both metres/minute and km/hour: 89.6 metres per minute and 5,4 km/h

Code 21: As for code 31 but fails to multiply by 0.80 to convert from steps per minute to metres per minute. For exampel, his speed is 112 metres per minute and 6.72 km/h.

Code 22: The speed in metres per minute correct (89.6 metres per minute) but conversion to kilometres per hour incorrect or missing.

Code 23: Correct methde (explicitly shown) with minor calculation error(s) not covered by Code 21 and Code 22. No answer correct.

Code 24: Only 5.4 km/h is given, but not 89.6 metres per minute (intermediate calculation not shown)

Partial credit

Code 11: $n = 140 \cdot 0{,}80 = 112$. No futher working out is shown or incorrect working out from this point

No credit
Code 0: Other incorrect responses

Code 99: Missing

Tabell 11.6 Oppgave6a

	PISA	
kode	frekvens	prosent
31	37	4,0
23	3	0,3
22	10	1,1
21	31	3,4
11	92	10,0
0	192	21,0
99	548	59,8
total	913	100

I min undersøkelse har jeg valgt å gi oppgave 6a før 6b fordi jeg mener dette er en naturlig rekkefølge siden 6a er lettere enn 6b. Oppgave 6a er en enkel likning som skal løses.

11.2.2 Koder jeg brukte i rettingen av oppgave 6a

Full credit
Code 20: $n = 112$

Partial credit
Code 10: $n = 140 \cdot 0{,}80$ *men ikke regnet ut*

No credit
Code 0: feil

Code 99: blank

Tabell 11.3 Oppgave 6a

	Min undersøkelse	
Kode	Frekvens	Prosent
20	35	31,3

10	2	1,8
0	10	8,9
99	65	58,0
total	112	100

11.2.3 Kommentar til resultatet av oppgave 6a

Svarprosenten er bare 42% i denne oppgaven. Av de som har svart er det nesten 80% som har riktig svar. Oppgaven virker grei og har ikke forvirret elever til noen spesiell type feilsvar. De elevene som får kode 11 i oppgave M124Q03 vil få kode 20 i denne oppgaven. 10% av elevene i PISA-undersøkelsen greide bare å komme så langt i løsningen av oppgaven. I tilegg til elevene med kode 11 i PISA-undersøkelsen har alle elever på topoengsnivå kommet så langt i løsningen av oppgaven. Det vil si at 18,8% av elevene i PISA-undersøkelsen har greid å komme frem til svaret 112.Det er betraktlig færre enn i min undersøkelse. Svarprosenten på denne oppgaven er omtrent den samme i min undersøkelse som i PISA-undersøkelsen men denne oppgaven er bare en del av den tilsvarende PISA-oppgaven.

11.2.4 Koder jeg brukte i rettingen av oppgave 7a

Full credit
Code 20: *89,6 m/min*

Partial credit
Code 10: *Riktig utregning, men med kommafeil*

No credit
Code 0: *Feil svar*

Code 99: Missing

Tabell 11.4 Oppgave 7a

	Min undersøkelse	
Kode	Frekvens	Prosent
20	36	32,1
10	3	2,7
0	10	8,9
99	63	56,3
Total	112	100

11.2.5 Kommentar til resultatet av oppgave 7a

Denne oppgaven tilsvarer kode 22 i PISA-undersøkelsen. Det er bare 1.1% av elevene som får denne koden i PISA-undersøkelsen. Jeg har forholdsvis mange elever med meg gjennom denne oppgaven med riktig svar. Andelen blanke besvarelser i min undersøkelse synker litt i forhold til oppgave 6b. Jeg tolker det som et tegn på at fart er et forholdsvis kjent begrep for norske elever. 73% av de elevene som har prøvd å løse oppgaven har greid oppgaven og kommet frem til riktig svar.

11.2.6 Koder jeg brukte i rettingen av oppgave 7b

Full credit

Code 20: *5,38 km/h*

Partial credit
Code 10: *Riktig utregning men med kommafeil*

No credit
Code 0: *Feil svar*

Code 99: Missing

Tabell 11.5 Oppgave 7b

	Min undersøkelse	
Kode	Frekvens	Prosent
20	6	5,4
10	2	1,8
0	3	2,7
99	101	90,2
Total	112	100

11.2.7 Kommentar til resultatet av oppgave 7b

På denne oppgaven har jeg meget stor andel elever som har levert blankt. Det er bare 11 elever som har svart på denne oppgaven, og 6 av dem har greid å løse den. Dette er den siste oppgaven i min undersøkelse, og det ble travelt for mange på slutten.

11.3 Oppsummering av oppgaveenheten

I PISA-undersøkelsen er oppgavene i denne enheten presentert i en kontekst som er litt uvanlig i oppgaver med tema fart og tid. Skrittlengde vil for de fleste elever være en ny tilnærming til fart. Elevene må dessuten bruke en gitt formel for å finne farten til denne personen, og formler gir oppgaven et konstruert preg i forhold til den hverdagskompetansen

PISA-undersøkelsen vil undersøke hos elevene. Jeg kan ikke si noe om virkningen av de forandringene jeg har gjort med denne oppgaven fordi svarprosenten var så liten. Jeg synes oppgaven er interessant fordi den sammen med epleoppgaven gir en bekreftelse på at norske elever synes det er vanskelig å oversette og se sammenhengen mellom konkrete problemer og matematiske utrykk.

12. Resultater i min undersøkelse

Jeg vil forsøke å sette resultatene fra de forskjellige oppgavene i min undersøkelse i sammenheng og gi en samlet oversikt over resultater fra oppgavene for å gi svar på min problemstilling.

Jeg vil også stille spørsmål omkring min undersøkelse. Hva har jeg undersøkt og hva forteller disse resultatene meg?

12.1 Kommentarer til metoden

- Under gjennomføringen av PISA-undersøkelsen og min undersøkelse hadde elevene ikke anledning til å bruke regelboken. Regelbok er en selvlaget bok hvor elevene har anledning til å skrive ned regler og eksempler de synes er viktige og som de tror de vil ha bruk for. Regelbok ble innført med L97 som et hjelpemiddel på eksamen i tiende klasse. Regelbok blir ved de fleste skoler også brukt på heldagsprøver og småprøver gjennom året. Innføring av regelbok har ført til at elevene opplever mindre behov for pugging av formler og algoritmer. Jeg antar at det har hatt betydning for besvarelsen av noen av oppgavene.

- Det er vanskeligere å si noe om innsatsen til elever som leverer blank eller dropper benevningen. En undersøkelse som denne er ikke viktig for elevene når det gjelder karakter eller inntrykk hos læreren som jo setter karakter, fordi testen er anonym og læreren ikke retter oppgavene. Motivasjonen til elevene er en variabel som ble målt i PISA-undersøkelsen, men den er ikke fulgt opp i min undersøkelse.

- Min undersøkelse ble foretatt på slutten av skoleåret mellom skriftlig og muntlig eksamen for tiende klasse. Dette er en periode da elevenes motivasjon til skole er lav og standpunktkarakterer er satt. PISA-undersøkelsen er foretatt i april samme året.

- Jeg har ikke foretatt en pilotundersøkelse i forbindelse med min undersøkelse. Det var ikke tid til en pilotundersøkelse på tampen av skoleåret hvis jeg skulle få fullført undersøkelsen med dette kullet. Det var et poeng for å kunne sammenlikne min undersøkelse med PISA-undersøkelsen at det var elever fra det samme kullet som løste oppgavene. Elevene som var med i PISA-undersøkelsen våren 2000 fikk undervisning etter L97 da de begynte på ungdomskolen i 8. klasse. Jeg ser i ettertid at jeg absolutt burde ha hatt en pilotundersøkelse. En pilotundersøkelse ville ha fortalt meg at elevene trengte mer tid enn den avsatte skoletimen, eller at oppgavesettet kunne vært noe kortere.

- I min undersøkelse har oppgaveenhetene samme rekkefølge i alle hefter og svarfrekvensen synker utover i heftene. Det er ikke mulig å sammenlikne antall blanke besvarelser dirrekte med PISA-undersøkelsen. I ettertid ser jeg at det hadde vært bedre å variere rekkefølgen på oppgaveenhetene i heftene for å få et bedre sammenlikningsgrunnlag mellom oppgavene. Allikevel kan enn si noe om svarfrekvens når den forandrer seg mye utover i en oppgaveenhet som f eks. i mønsteroppgaven, eller når svarfrekvensen går opp i påfølgende oppgaveenhet.

- Oppgave 6 og 7 har liten svarprosent i min undersøkelse, og det er ikke tilfeldig hvem som kommer så langt i oppgavesettet. Jeg registrerer at flere av de som prøver å løse oppgavene har fått til oppgavene i min undersøkelse enn i PISA-undersøkelsen.

12.2 Når oppgavekonteksten blir et hinder for løsning av oppgaven

Kontekstene i oppgavene i PISA-undersøkelsen fungerer som kontekster av første og andre grad i forhold til Jan de Lange sin definisjon av kontekst av første, andre og tredje grad (kap. 3.4) Kontekster av førstegrad er kontekster som fungerer som innpakning rundt et matematisk problem. Andregradskontekster er når den virkelige verden er essensiell og matematikken er redskapet for å organisere virkeligheten. Det første eleven møter i en oppgave med kontekst er den situasjon eller det tema som matematikken finnes i. Andelen blanke besvarelser varierer mye fra oppgave til oppgave. Det kan tyde på at enkelte oppgavekontekster oppfattes som vanskelige og at elevene ikke tror de kan klare å løse oppgaven.

Analysen av elevenes besvarelser viser at konteksten kan virke som et hinder for elevene i forhold til å finne en matematisk metode for å løse problemet.

I den første oppgaveenheten i min undersøkelse, mønsteroppgaven, er hintet i oppgaven muligens med på å gjøre oppgaven vanskelig. I min undersøkelse er oppgave M136Q02, den andre oppgaven i oppgaveenheten mønster, gitt i to utgaver. Den første, oppgave 1b, er med kontekst, men uten hintet. Den andre, oppgave 1f, er gitt med "hintet" som en tradisjonell "løs likningen" oppgave. I min undersøkelse er det større variasjon på løsningsmetodene på oppgaven med kontekst og mange flere som forsøker å løse oppgaven og som faktisk kommer frem til riktig svar, enn i PISA-undersøkelsen. Det var også flere elever som prøvde seg på oppgaven med annengradslikning i min undersøkelse enn det var som prøvde å løse oppgave M136Q2 i PISA-undersøkelsen. Annengradslikningen i oppgave 1f har lite tekst eleven må forholde seg til. Det kan virke som om blandingen av kontekst og likningen ikke var naturlig for elevene og at de ikke behersker bruken av likninger for å beskrive problemet.

Forandringen som er gjort i den tredje oppgaveenheten (pyramideoppgaven) virker ikke som de har hjulpet elevene. Det tredimensjonale bildet er tydelig et problemet i denne oppgaven og ikke i første rekke den overflødige informasjonen. Det som skiller svarmønstrene i de to undersøkelsene er kategoriene av feilsvar. I min undersøkelse finner jeg missoppfattningen til elevene som noen få oversiktlige kategorier. I PISA-undersøkelsen er det et mye større antall kategorier av feilsvar. En mulig årsak er at det er mye mer informasjon i oppgaven i PISA-undersøkelsen som elevene kan lage feil svar med. I min undersøkelse har oppgave 3 en helt matematisk kontekst. Det kan være den matematiske konteksten som gir elevene i min undersøkelse større assosiasjon til for eksempel formelen for en pyramide enn det som er i PISA-undersøkelsen. Elever med en automatisk kobling til formler men uten en forståelse og kombinasjon mellom formelen og hva den egentlig er uttrykk for, vil lett kunne gripe til den formel eller metode som er innlært i forhold til det de oppfatter som problemet. I PISA-undersøkelsen er figuren og bildet så full av informasjon at pyramiden ikke er like synlig som den er i min undersøkelse. Samtlige av de elevene i min undersøkelse som har løst oppgaven ved å regne ut volumet av en pyramide, har brukt sidekanten i pyramiden som høyden i formelen. Disse elevene har lært seg formelen for volumet av en pyramide, men de har ikke nok kunnskap til å bruke formelen riktig.

Den fjerde oppgaveenheten i min undersøkelse har en kontekst som engasjerer endel elever i denne aldersgruppen. Oppgaven handler om et hverdagsproblem som media og samfunnet fokuserer mye på. Ran er et økende problem i en del miljøer, og mange unge har egne ubehaglige erfaringer med ran i ungdomsmiljøer. Elevene har en klar oppfatning om at det er mye ran og at det er alvorlig. Temaet skaper engasjement og i denne oppgaveenheten har både situasjonskonteksten og oppgavekonteksten i PISA-undersøkelsen gjort at en del elever derfor ikke har oppfattet oppgaven som en matematikkoppgave. Elevene har i stedet tatt stilling til det sosiale problemet som ran er og kommentert journalistens utsagn ut fra en sosial vurdering og ikke den grafiske fremstillingen.

12.3 Når oppgavekonteksten gir føringer på metoden

Noen av oppgavene i undersøkelsen min er forandret i forhold til graden av åpenhet når det gjelder metodevalg. At en kontekst kan virke førende på valg av metode har jeg drøftet i kapittel 2.1 om oppgaveformat.

Det virker som om hintet i epleoppgaven virker mot sin hensikt, hvis hensikten er å hjelpe elevene med å løse oppgaven. I PISA-undersøkelsen ble det kodet med koder på to poengnivå for alle fremgangsmetoder som ga riktig svar, og ikke bare de som løste oppgaven ved hjelp av likningen. Et slikt hint ville passet bedre ved en undersøkelse av elevers forståelse for bruk av likninger. Hintet gir føringer på elevenes løsning av oppgaven selv om det ikke er ment som den eneste riktige metoden for å løse problemet.

I min undersøkelse la jeg til en del oppgaver det samme matematiske innholdet men uten en oppgavekontekst. Disse oppgavene er i prinsippet åpne i forhold til valg av metode når oppgaven skal løses. Den formen oppgaven er presentert i gir i praksis ikke elevene mange alternative løsningsmetoder. Følgene som skal utvides er ikke konkretisert eller synliggjort på annen måte enn ved tallfølgene.

I oppgaveenhet 2 om areal av landområder har min forandring av kontinenter ført til andre strategier enn i PISA-undersøkelsen. Med den formen jeg har på kontinentene i min oppgaveenhet er det flere elever som velger å dele opp i et rutenett eller flere geometriske figurer enn det som er tilfelle i PISA-undersøkelsen. I PISA-undersøkelsen har kontinentet en form som gir assosiasjoner til en sirkel. Sirkel er ikke en mye brukt geometrisk figur ved beregning av arealet i PISA-undersøkelsen. I min undersøkelse er det to landområder som det skal beregnes et areal av. I tilfelle med Wyoming er det hovedsakelig arealet av et rektangel som er brukt. Texas har etter min mening en form som minner om en trekant. Elevene er tydelig av en annen mening etter som de foretrekker flere geometriske figurer eller et rutenett. I min undersøkelse blir målestokken vanskelig når elevene allerede har regnet ut arealet.

Oppgave 4 er forholdsvis lik i de to undersøkelsene, men situasjonskonteksten som oppgaven er gitt under er forskjellig i de to undersøkelsene. Dette gir seg utslag i at svarene i min undersøkelse er av en mer matematisk karakter enn i PISA-undersøkelsen. På denne oppgaven registrerte jeg store variasjoner mellom skolene. Siden det er så stor forskjell på besvarelsene av oppgaven kan det tyde på at elevene har svært forskjellig erfaring med bruk av matematikk i andre fag, og hva som er viktig i vurdering av troverdigheten av et diagram.

12.4 Oppgavekonteksten som hjelpemiddel

En av hensiktene med å bruke matematikkoppgaver med kontekst er å få elevene til å se sammenhenger mellom matematikk og livet både i og utenfor skolen. Matematikk skal bli et verktøy elevene har nytte av og kan bruke til å løse problemer de måtte støte på. I norsk skole er vi pålagt gjennom L97 å lære elevene matematikk som de kan ha bruk for og nytte av i livet utenfor skolen. I en skolesituasjon er den enkleste måten å tilnærme seg matematikk på for å tilfredstille disse kravene å bruke kontekster fra hverdagen.

Konteksten i en oppgave kan også være utformet med tanke på å hjelpe eleven til å løse et problem. I undervisningssammenheng tyr en ofte til kontekst for å forklare matematiske sammenhenger. Jan de Lange sin definisjon av tredjegradskontekst der logaritmiske funksjoner introduseres ved å presentere algevekst grafisk. Han bruker bevist konteksten for å gi det matematiske begrepet en praktisk mening, og han lar elevene oppdage den logaritmiske funksjonen gjennom oppgaven.(Jan de Lange 1987)

Jan de Lange skriver om betydningen av kontekst for motivasjon av elever. Da virker kontekst som et hjelpemiddel fordi eleven fatter interesse for problemet.

For at en oppgavekontekst skal være hjelpemiddel i løsningen av oppgaven er det en fordel at den er kjent og at elevene føler seg fortrolig med den virkeligheten som danner rammen rundt det matematiske problemet. Uten en kjent kontekst kan oppgaven bli absurd og uten logisk mening.

I den andre oppgaveenheten i min undersøkelse har oppdelingen av oppgaven gjort at flere elever har begynt på oppgaven, men samtidig er det færre elever enn i PISA-undersøkelsen som har greid hele oppgaveenheten. I min undersøkelse ble elevene presset til å regne med målestokken. I PISA-undersøkelsen var målestokken tegnet inn på kartet og elevene kunne regne ut arealet direkte i riktig målestokk og slapp omgjøringen til slutt. Kartet virket som et hjelpemiddel slik at man også uten gode kunnskaper og rutiner for omgjøring fra kvadratcentimeter til kvadratkilometer kunne regne oppgaven og komme frem til et riktig svar. Målestokken blir konkretisert og visualisert gjennom konteksten i PISA-undersøkelsen.

I den tredje oppgaveenheten er det etter min vurdering klart at konteksten i PISA-undersøkelsen har gitt elevene hjelp til å tolke informasjonen og muligens også mot til å prøve å løse oppgaven. Denne oppgaven er et eksempel på at en hverdagskontekst har virket som et hjelpemiddel. Bildet av hustaket har hjulpet elevene til å se den geometriske figuren tredimensjonalt. Et hustak er nært i elevens verden, og selv om taket ikke var en typisk norsk konstruksjon har alle et forhold til at loftsgolv er flate og takflater står på skrå. Å se tredimensjonale figurer kan være vanskelig for mange, og når figuren ikke har referanser i virkeligheten blir den mindre oversiktelig.

I den femte oppgaveenheten i min undersøkelse er de fem oppgavene uten kontekst sammenheng. De er selvstendige oppgaver som ikke har samme tema eller er knyttet til hverandre på annen måte enn at de står under samme oppgaveenhet. Resultatet av min undersøkelse kan tyde på at grafen i oppgave 5a var enklere å forstå med en kontekst som knyttet grafene til et praktisk tema. Det har virket enklere å tolke fremstillingen når grafene illustrerte gjennomsnittshøyden for gutter og jenter enn når grafene bare fikk navn graf 1 og graf 2.

13. Oppsummerende kommentarer og konklusjoner

Ved alle internasjonale eller nasjonale undersøkelser skaper resultatene debatt om hvilke resultater som skal offentliggjøres, hva som er undersøkt og hva resultatene skal brukes til. Det settes spørsmålstegn ved validiteten av undersøkelsen og hvordan resultatet skal tolkes.

PISA-undersøkelsen har som målsetting å si noe om elevers kompetanse som morgendagens voksne i et teknologisk samfunn som stadig er under utvikling. Oppgavene i PISA-undersøkelsen der derfor konstruert for å gi elevene realistiske problemer hvor det er meningen at de skal bruke matematikk som verktøy for å løse oppgavene.

Min undersøkelse har vært et nærmere studie av enkelte matematikkoppgaver i PISA-undersøkelsen og hvordan resultatene er påvirket av oppgaveformuleringen i den enkelte oppgaven. Min forandring av oppgaver og spørsmålsformuleringer kunne hatt menge forskjellige former, men har med utgangspunkt i rettingen av PISA-undersøkelsen blitt et resultat av det som føltes som interessante funn før det samlede resultatet forelå i sin helhet.

Problemstillingen min kan formuleres som følgende: **Hvordan influerer oppgavekonteksten på elevenes evne til å løse oppgaven.**

At konteksten har betydning for måten elevene løser matematikkoppgaver på kan jeg etter arbeidet med denne oppgaven svare ubetinget ja på. Det går helt klart frem av mine resultater at konteksten som omgir det matematiske problemet har betydning for elevenes prestasjoner.

Av mine resultater kommer det frem at metoden for å løse en oppgave er påvirket av formuleringen i oppgaveteksten og at situasjonen oppgaven gis under antagelig også er med på å prege svarmønsteret til elevene.

I mønsteroppgaven i min undersøkelse var det klare forskjeller i typesvar i forhold til PISA-undersøkelsen. Det var også en tydelig forskjell på svarfrekvensen i de tre første oppgavene og oppfølgingsoppgavene som fulgte.

Matematikk er et fag som en kan få inntrykk av har en riktig løsningsmetode på enhver oppgave. Tradisjonelle matematikkprøver har ofte vært utformet slik at eleven skal vise riktig metode og føring av oppgavene. Stor fokusering på den matematisk korrekte løsningen og føringen av matematikkoppgaver kan hindre en del elever i å tenke selv, og å prøve alternative metoder. Når en matematikkoppgave gis med en ledetråd vil de fleste elever oppfatte det som en riktig måte å løse oppgaven på, og alternative metoder blir ikke vurdert eller oppfattet som brukbare.

Det visuelle bilder i en oppgavekontekst kan være et viktig hjelpemiddel for elever hvis de teoretiske begrepene og forståelsen mangler. Den andre oppgaveenheten i min undersøkelse som omhandlet areal og målestokk var delt opp i forhold til oppgaven i PISA-undersøkelsen. Jeg har flere elever med gjennom oppgaven enn i PISA-undersøkelsen. Jeg tolker det som at flere har hatt mot til å begynne på oppgaven. Av resultatet i min undersøkelse kommer det frem at målestokken har vært vanskelig for mange elever når denne oppgaven skal løses. Det er vanskelig å bruke målestokken i forhold til et areal isteden for en lengde som er mer vanlig.

Jeg har sett at temaet som oppgavekonteksten omhandler har innvirkning på elevenes svar og prestasjoner. Oppgave 4 i min undersøkelse er et eksempel der jeg mener en del elever blir preget både av temaet i oppgaven og av situasjonen oppgaven ble gitt i. Også i oppgave 5c har antagelig fjerningen av den biologiske konteksten fra PISA-undersøkelsen gitt færre tolkninger av grafen som ikke har noe med matematikken i oppgaven å gjøre.

Jeg ser ikke noe klart mønster i hva som virker vanskelig når det gjelder matematikkoppgaver med hverdagskontekst etter å ha studert min undersøkelse. Jeg har erfart at kontekst kan virke både hemmende og fremmende på elevers prestasjoner. Jeg slutter meg til PISA-undersøkelsen i utsagnet om at det er viktig med en stor variasjon i konteksttyper i store undersøkelser for å nå så mange som mulig. Men også i undervisningen, i de prøver og tester som brukes der og utviklingen av eksamensoppgaver er det i bruken av hverdagskontekst viktig å være bevist på presentasjonsformen i forhold til målgruppen.

Kontekst fra hverdagen er viktig for elevene for å forstå at matematikk er et verktøy de har nytte av. I mange sammenhenger blir hverdagskontekst puttet på for å gi oppgavene en aktualitet som virker helt unyttig for elevene. Som eksempel kan nevnes pizza deling som er en vanlig kontekst i brøk sammenheng, men helt unyttig i elevenes øyne. De har antagelig aldri følt behov for noe matematisk verktøy når pizzaen skal deles. Pizzadeling som kontekst for å visualisere begrepet brøk er en god start, men for å gi elevene interesse for å lære for å kunne nyttegjøre seg av brøk i hverdagslivet bør konteksten være av høyere grad slik at matematikken utvikles fra konteksten og elevene opplever matematikken som en naturlig del av omverdenen og ikke et sett regler som er puttet på hverdagssituasjoner. Jeg mener det er viktig at hverdagskontekst brukes for å vise elevene den matematikken som finnes i det matematiske landskapet. Elevene må tas med inn i en matematisk verden som eksisterer i seg selv og som de kan finne ved å studere virkeligheten, isteden for å hente eksempler fra hverdagen for å rettferdiggjøre at matematikk er nyttig og et redskap de må lære å beherske.

Ensidig bruk av kontekster kan redusere elevenes forståelse av det matematiske begrepet. Et eksempel på dette kan være der desimaltall blir introdusert i kontekst med kroner og øre, og eleven oppfatter tallene høyre og venstre side av komma som enheter uten sammenheng i sitt videre arbeid med desimaltall. Det fins elever som får 2,59 + 0,1 til å bli 2,60.

Kontekstoppgaver kan stenge en del elever med språkproblemer ute fra matematikken. Spesielt har fremmedspråklige elever ofte vanskelig med å forstå oppgaver med mye tekst og fagord. (Nhat Xuan Dinh, 2002)

Tekstoppgaver er en viktig del av matematikkopplæringen, men det er viktig å sette kritisk søkelys på ved bruken av dem slik at de ikke bare blir et utrykk for virkelighetsmani. En kan stille seg spørsmål om oppgavene i PISA-undersøkelsen måler en annen kompetanse enn det en test med matematikkoppgaver i skolekontekst ville måle. Er det kanskje de samme elevene som får til oppgaver både i virkelighetsnære kontekster og oppgaver med en ren skolekontekst? Så lenge ikke oppgavene i PISA-undersøkelsen er tredjegradskontekstoppgaver, mener jeg at elevene ikke får vist om de er i stand til å utvikle matematiske begreper og bruke dem på situasjoner de kan komme til å stå overfor i hverdagen.

Jeg ser mange interessante muligheter for videre forskning på betydningen av kontekst i matematikkopplæringen og i utviklingen av tester. En videreføring av denne hovedoppgaven med flere elever fra et mer representativt utvalg ville gitt større mulighet til sammenlikning av min undersøkelse og PISA-undersøkelsen. Et kvalitativt studie av elever som løser oppgaver med mulighet for å ha en dialog i etterkant om de valg og strategier de velger ville være en annen interessant vei å gå videre.

Referanser/Litteraturliste

Ary, Donald & Jacobs L.C. &Razavieh, Asghar (1996): Introduction to Research in Educatin. New York: Harcourt Brace College Publishers

Brekke, Gard (1995): Introduksjon til diagnostisk undervisning i matematikk. Oslo, Nasjonalt læremiddelsenter

Brekke, Gard & Kobberstad, Truls & Lie, Svein & Turmo, Are (1998): Hva i all verden kan elevene i matematikk? Oslo: Universitetsforlaget AS

De Lange, Jan (1987): Mathematics, insight and meaning. Rijksuniversiteit Utrecht.

Gronlund, Norman E. (1968): Constructing Achievement Tests. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall, Inc.

Imsen, Gunn (1984): Elevens verden. Oslo: Tano

Kærnsli, Marit, Lie, Svein & Turmo, Are (1999): Two-digdt codes for science and mathematics Results from a Norwegian workshop. Raport no. 4. Oslo: Institutt for lærerutdanning og skole utvikling, Universitetet i Oslo

KUF (1996): Læreplanverket for den 10-årige grunnskolen. Oslo: Nasjonalt læemiddelsenter

Ladson-Billings, Gloria (1995): Making matematics meaningful in multiculturalcontexts. I Secada, W.G. m.fl. (red): New Direction of Equity in mathematics Education. Cambridge: Camebridge University Press

Lie, Svein & Kjærnsli, Marit & Roe, Astrid & Turmo, Are (2001): Godt rustet for fremtiden. Oslo: Institutt for lærerutdanning og skole utvikling, Universitetet i Oslo

Lie, Svein, Taylor, Alan & Harmon, Maryellen (1996): Scoring Techniques and Criteria. Tird international mathematics and science study. Technial report. Vol. 1. Boston College

Lindenskov, L. & Wedege, T. (2000): Numeralitet til hverdag og test. Center for forskning i matematikklæring.

Nhat Xuan Dinh (2002): Språklige minoriteter og matematikkforståelse.Hovedfagsoppgave i realfagsdidaktikk. Oslo: Institutt for lærerutdanning og skoleutvikling, Universitetet i Oslo

Nortvedt, Guri A. (1998): Hva kan teksten fortelle? Hovedfagsoppgave i realfagdidaktikk. Oslo: Institutt for lærerutdanning og skoleutvikling, Universitetet i Oslo

OECD (2000a): Measuring student knowledge and skills. The PISA 2000 assessment of reading, mathematical and scientific literacy.

OECD (2000b): Mathematics Marking Guide (With Norwegian Adaptions, ILS)

OECD (2001a): Draft mathematics framework for OECD/PISA 2003. Consultating Document.

OECD (2001b): Draft framework for the PISA 2003 mathematics assessment. National project managers meeting. Netherlands

Olsen, Rolf, Turmo, Are & Lie, Svein. (2001): Learning about students' knowledge and thinking in science through large-scale quantitative studies. European Journal of Psychology of Education. Vol. XVI, nr 3, 403-420. I.S.P.A.

Solvang, Ragnar (1992): Matematikkdidaktikk. Oslo: NKI forlag